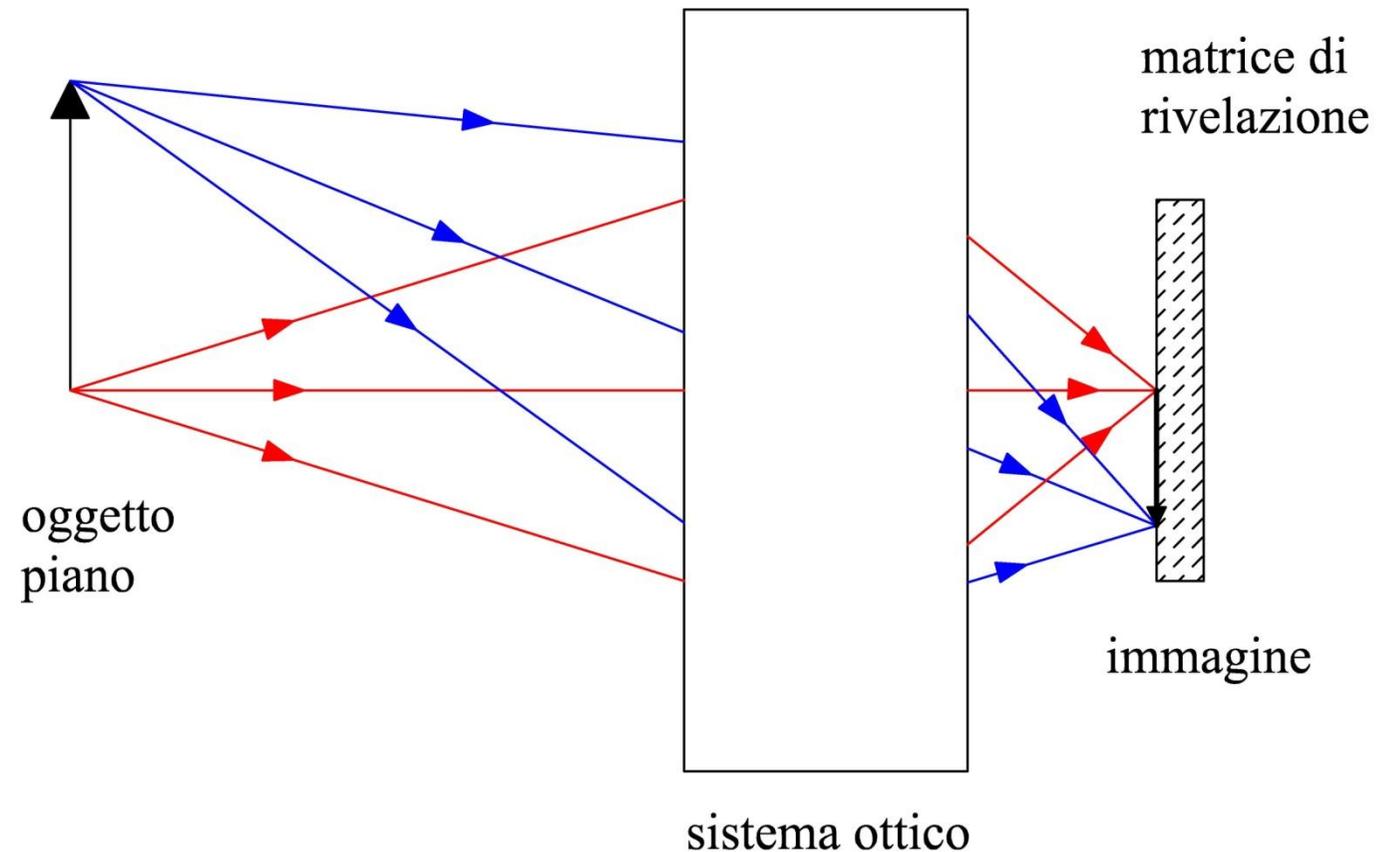


CAPITOLO 3

FORMAZIONE DELLE IMMAGINI

Il processo di formazione di una immagine da parte di un sistema ottico è facilmente descrivibile in termini di **raggi**.

In figura la scatola rappresenta un generico **sistema ottico**. La freccia verticale indica un generico **oggetto piano** di cui il sistema ottico fa l'**immagine** sulla **matrice di rivelazione**.



Nel caso dell'occhio, la **matrice di rivelazione** è la **retina** mentre nella macchina fotografica digitale è la **CCD** o la **CMOS**.

Con il termine **matrice** di rivelazione si vuole evidenziare il fatto che la rivelazione dell'immagine non avviene su un numero **infinito** di punti ma su un numero **discreto** di “**pixel**”.

Mentre per le CCD o per le CMOS il termine pixel è chiaro ed è entrato nel vocabolario quotidiano, nel caso della retina occorre identificarli con i **coni** e i **bastoncelli**.

In tutti i casi il pixel ha il compito di assorbire tutta la luce (i **fotoni**) che incide su di esso e di generare elettroni liberi che in questo caso sono detti **foto-elettroni**.

La generazione di un foto-elettrone all'interno di un singolo pixel avviene perché un atomo, di cui è fatto il pixel, assorbe un fotone e l'energia di questo è fornita ad uno dei suoi elettroni che così si può allontanare dal resto dell'atomo e diventare un **foto-elettrone libero**.

La rivelazione di un'immagine consiste allora nel conteggio, per ciascun pixel, di tutti gli elettroni liberi generati durante l'esposizione.

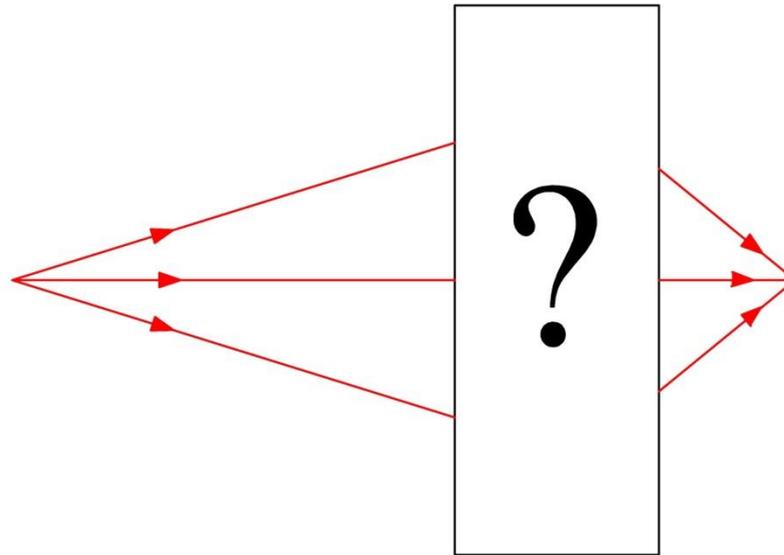
Esistono **altre cause**, indipendenti dalla quantità di luce assorbita dal singolo pixel, di generazione di **elettroni liberi**. La principale tra queste è la stessa **temperatura di lavoro** a cui si trova il pixel, in quanto l'agitazione termica produce di per sé elettroni liberi.

Nel processo di rivelazione dell'immagine questi elettroni termici sommandosi ai foto-elettroni costituiscono una fonte di **rumore** rispetto al **segnale** vero e proprio costituito dai foto-elettroni.

La matrice di rivelazione, campionando l'immagine in un numero discreto di **pixel immagine**, campiona di fatto, anche l'oggetto in un identico numero di **pixel oggetto**. Ad un **pixel immagine corrisponde uno ed uno solo pixel oggetto e viceversa**.

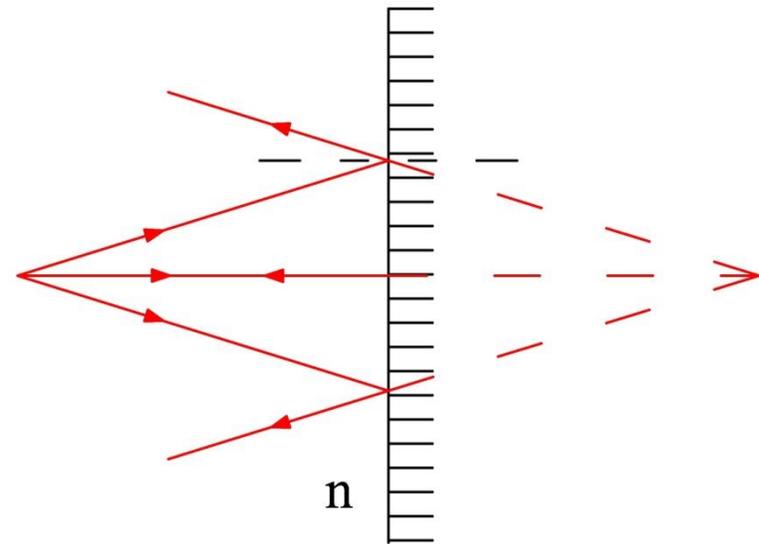
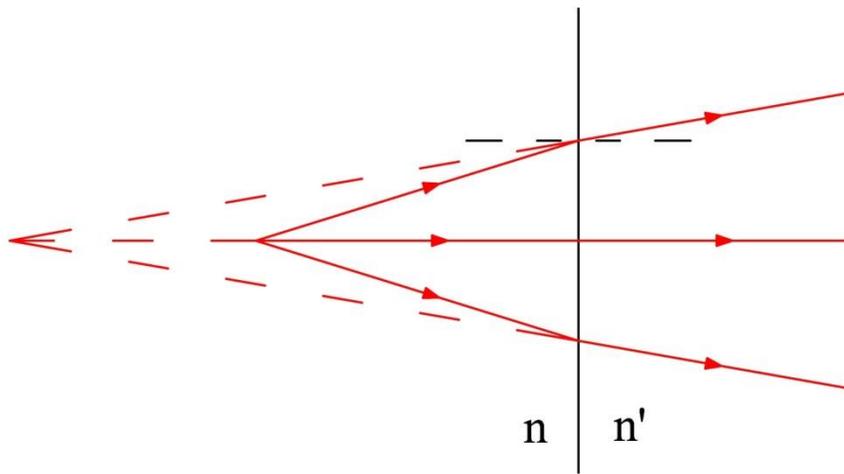
Nell'ambito dell'Ottica Geometrica possiamo allora asserire che **un sistema ottico forma un'immagine sufficientemente buona dell'oggetto** se, per tutte le lunghezze d'onda caratteristiche della luce emessa o diffusa dall'oggetto:

- i raggi provenienti da ciascun pixel oggetto ed intercettati dal sistema ottico sono **tutti** focalizzati da quest'ultimo dentro il corrispondente pixel immagine;
- da ciascun pixel oggetto, il sistema ottico intercetta un numero di raggi **sufficientemente alto** in modo da ottenere **un buon rapporto S/N** (segnale/rumore) sul corrispondente pixel immagine;
- l'immagine (insieme dei pixel immagine) formata dal sistema ottico è una figura **simile**, dal punto di vista **geometrico** e **radiometrico**, all'oggetto (insieme dei pixel oggetto).

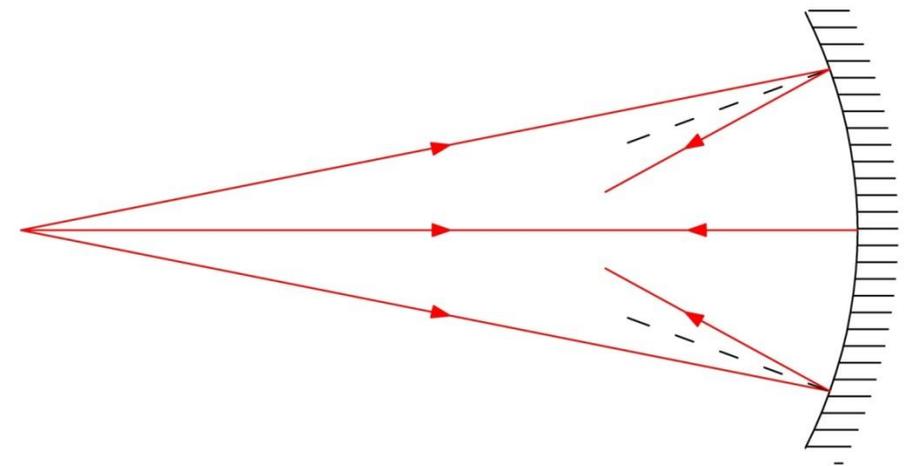
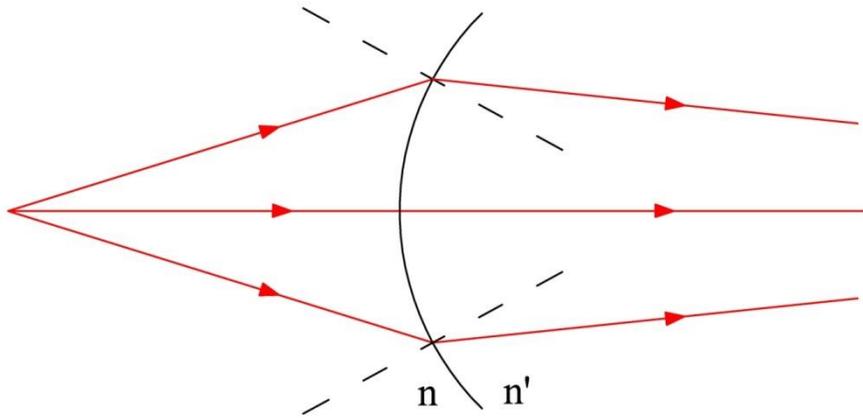


Abbiamo visto che nei mezzi trasparenti, omogenei ed isotropi i raggi sono **segmenti di linea retta**, allora come si può far cambiare direzione ai raggi in modo che un **fascio divergente** diventi **convergente**?

Dalla esperienza quotidiana si ricava facilmente che questa proprietà non è posseduta da un diottro piano in riflessione o in rifrazione.



Per trasformare un fascio divergente in un fascio convergente è necessario almeno un diottro **curvo** in rifrazione o in riflessione.



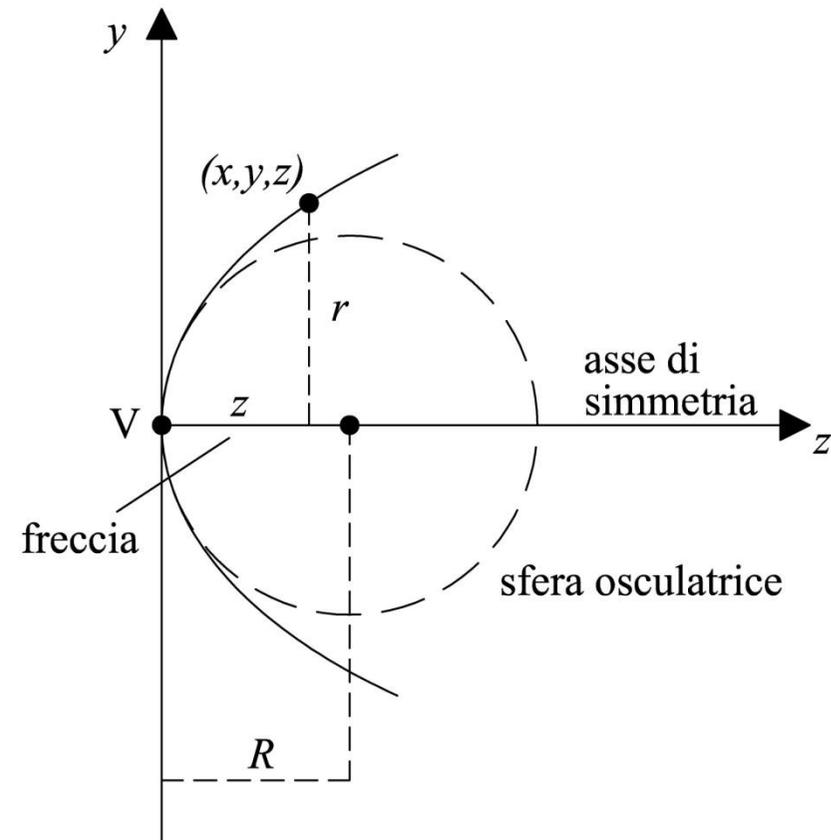
Nel processo di formazione delle immagini la forma delle superfici ottiche è senza dubbio il grado di libertà più importante. Il suo intervallo di variabilità è fortemente delimitato dalla natura stessa del processo di fabbricazione e collaudo delle superfici ottiche. In pratica ad oggi le superfici assosimmetriche che possono essere realizzate sono quelle che hanno la seguente rappresentazione matematica:

$$z(r) = \frac{c r^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + K) c^2 r^2}} + Ar^4 + Br^6 + \dots + Jr^{20}$$

espressa in un sistema di riferimento il cui asse z coincide con l'asse di simmetria della superficie ottica e la cui origine coincide con il vertice V (punto di intersezione della superficie ottica con l'asse di simmetria).

$$z(r) = \frac{c r^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + K) c^2 r^2}} + Ar^4 + Br^6 + \dots + Jr^{20}$$

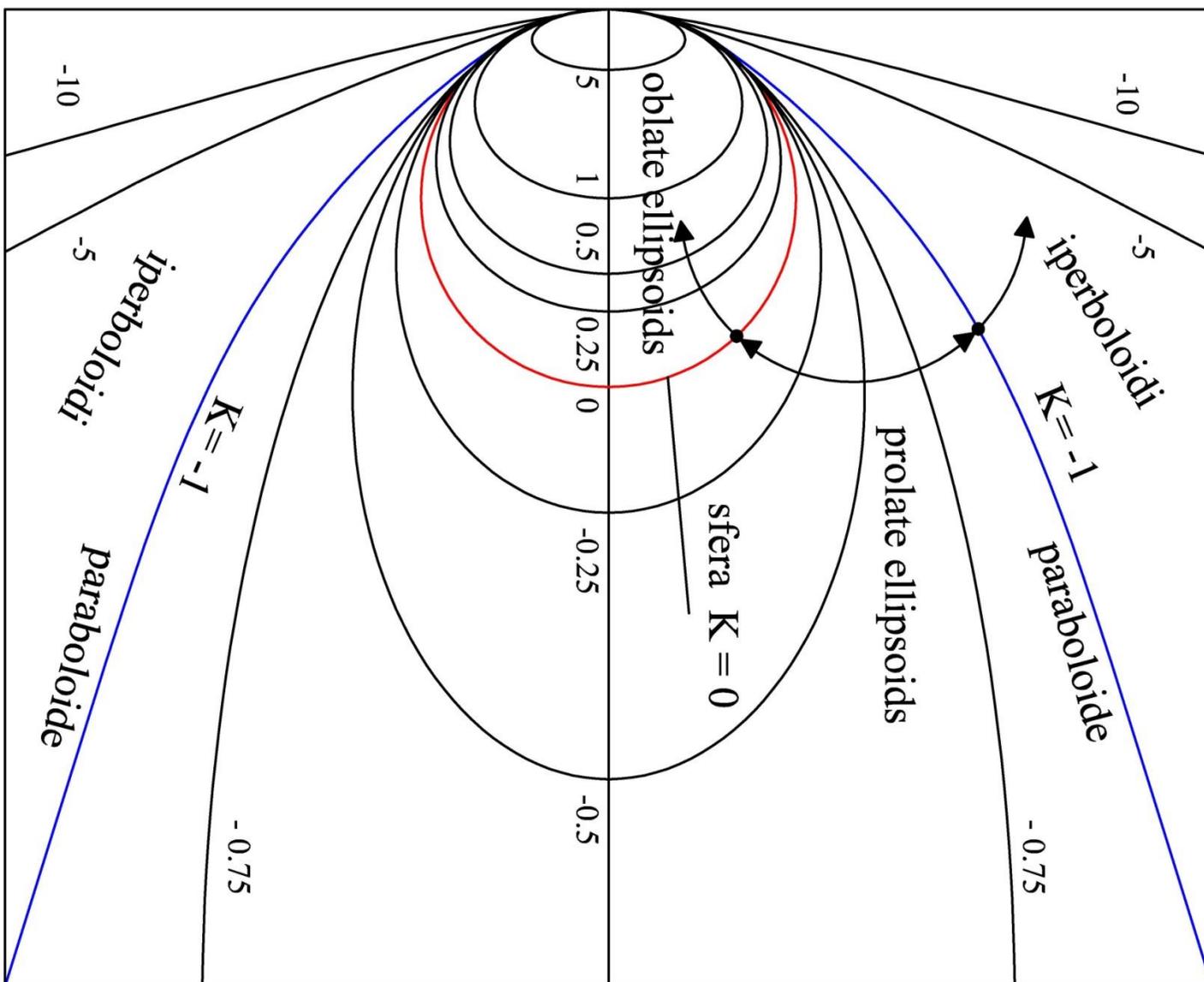
Nella precedente espressione c rappresenta la **curvatura della superficie ottica nel vertice V** (ovvero $R = 1/c$ è il **raggio di curvatura della sfera osculatrice alla superficie nel vertice V**), $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ è la distanza dalla **asse di simmetria** della superficie ottica, k è la **costante conica** e $A\dots J$ sono, rispettivamente, **i coefficienti di deformazione del 4°...20° ordine**.



$$z(r) = \frac{c r^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + K) c^2 r^2}} + Ar^4 + Br^6 + \dots + Jr^{20}$$

| | | |
|------------|----------------------------------|--------------------------------|
| $c = 0$ | $A = \dots = J = 0$ | piano (sferica) |
| $c \neq 0$ | $K < -1$ $A = \dots = J = 0$ | ramo di iperboloide (asferica) |
| $c \neq 0$ | $K = -1$ $A = \dots = J = 0$ | paraboloide (asferica) |
| $c \neq 0$ | $-1 < K < 0$ $A = \dots = J = 0$ | prolate ellipsoid (asferica) |
| $c \neq 0$ | $K = 0$ $A = \dots = J = 0$ | sfera (sferica) |
| $c \neq 0$ | $K > 0$ $A = \dots = J = 0$ | oblate ellipsoid (asferica) |
| $c \gg 1$ | $K < -1$ $A = \dots = J = 0$ | cono (asferica) |
| | $ A + \dots + J \neq 0$ | (asferica generalizzata) |

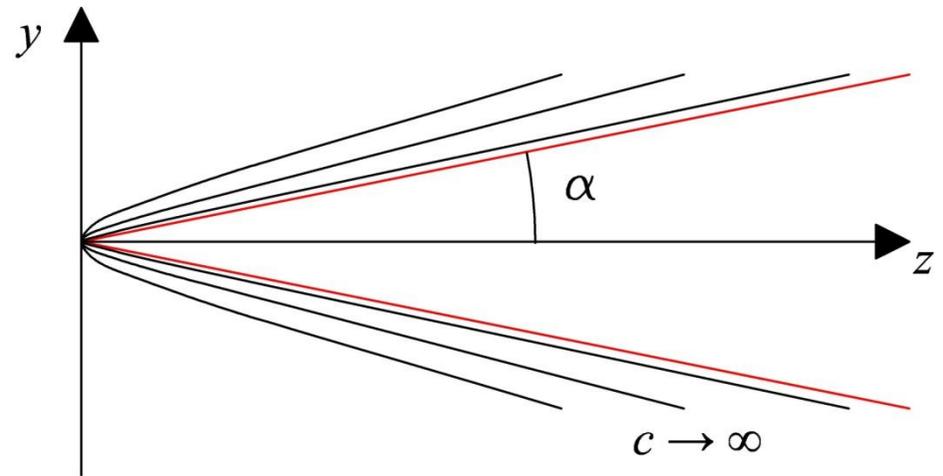
Il prolate (oblate) ellipsoid è ottenuto dalla rotazione di una ellisse intorno al suo asse maggiore (minore).



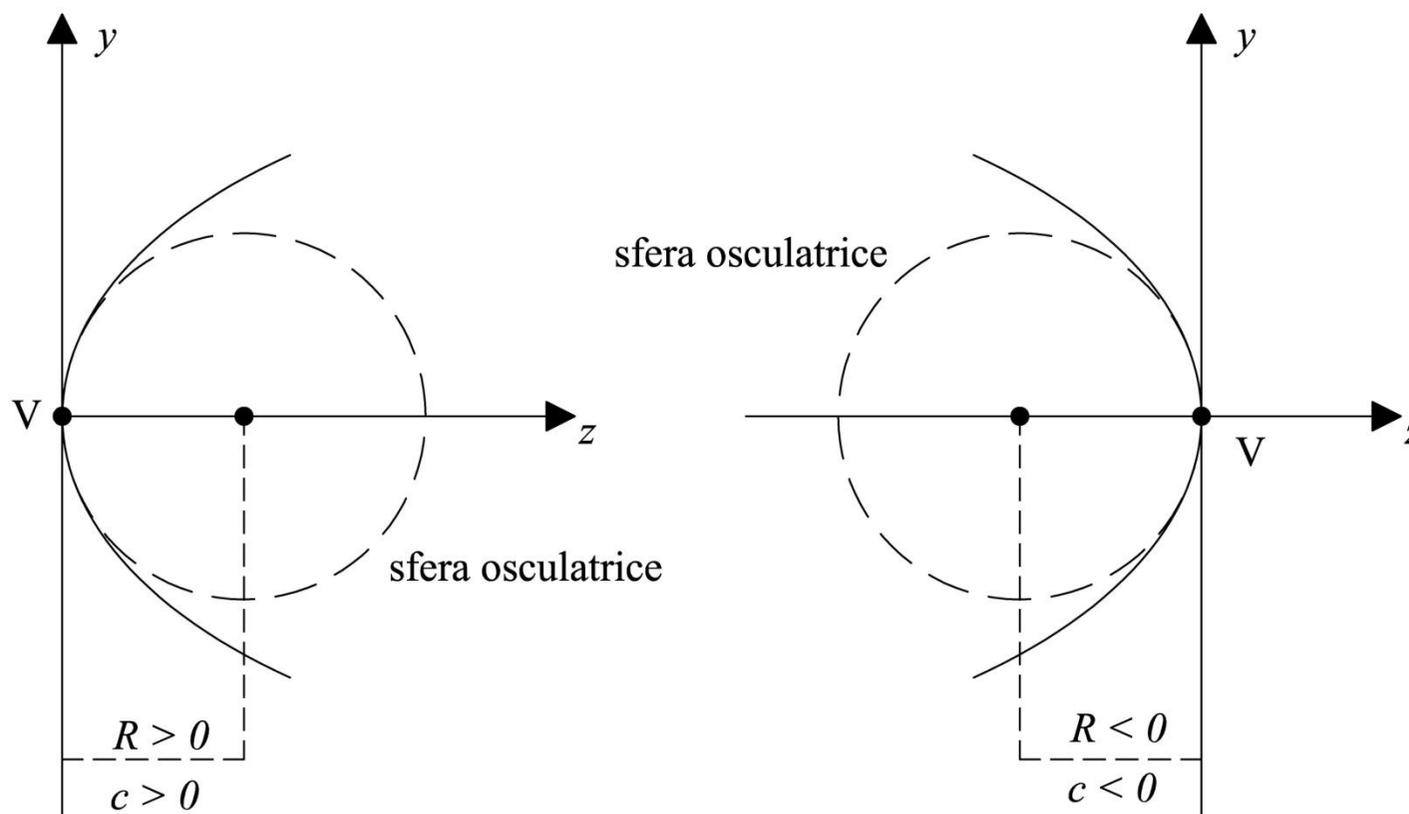
Come è mostrato in figura, al tendere all'infinito della curvatura, ovvero al tendere a zero del raggio di curvatura della sfera osculatrice nel vertice, un ramo di iperboloide ($K < -1$) approssima sempre meglio un cono, la cui semi-apertura α è legata alla costante conica dalla seguente relazione:

$$(\cos \alpha)^2 = -\frac{1}{K} .$$

I coefficienti di deformazione A, B, \dots, J misurano di quanto la superficie asferica generalizzata si discosta dalla superficie sferica (intendendo il piano come una sfera di raggio infinito) o asferica corrispondente.



È consuetudine in ottica geometrica utilizzare la convenzione sul segno di R , e di conseguenza di c , secondo la quale R è **positivo** (**negativo**) se il centro della sfera osculatrice si trova a **destra** (**sinistra**) del vertice V .



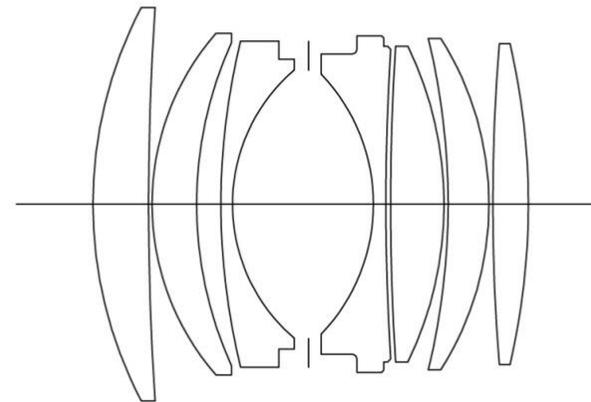
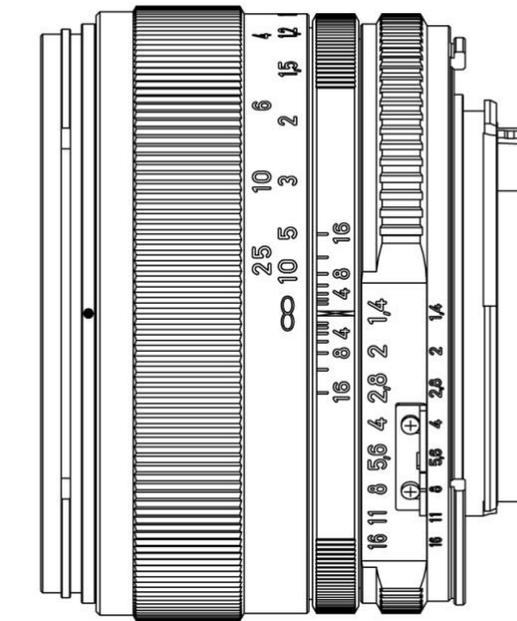
In Ottica Geometrica:

un sistema ottico è pensato come un insieme ordinato di diottri in rifrazione e/o riflessione.

In figura è mostrato, a titolo di esempio, l'obiettivo fotografico **Zeiss Planar 1.4 / 50**.



Come indicato in figura, esso è composto da 7 lenti ed è quindi considerato come composto da 17 superfici, inglobando in esse anche la superficie oggetto, la superficie immagine e la superficie dello STOP, dove è collocato il diaframma della macchina fotografica.



È consuetudine indicare le superfici che compongono un generico sistema ottico con i simboli $S_0, S_1, \dots, S_k, S_i$, dove S_0 è **la superficie oggetto**, S_i la **superficie immagine**, S_1 è **la prima superficie del sistema ottico** ed S_k è **l'ultima superficie**.

L'ordine delle superfici $S_0, S_1, \dots, S_k, S_i$ è quello in cui la luce, propagandosi, le incontra.

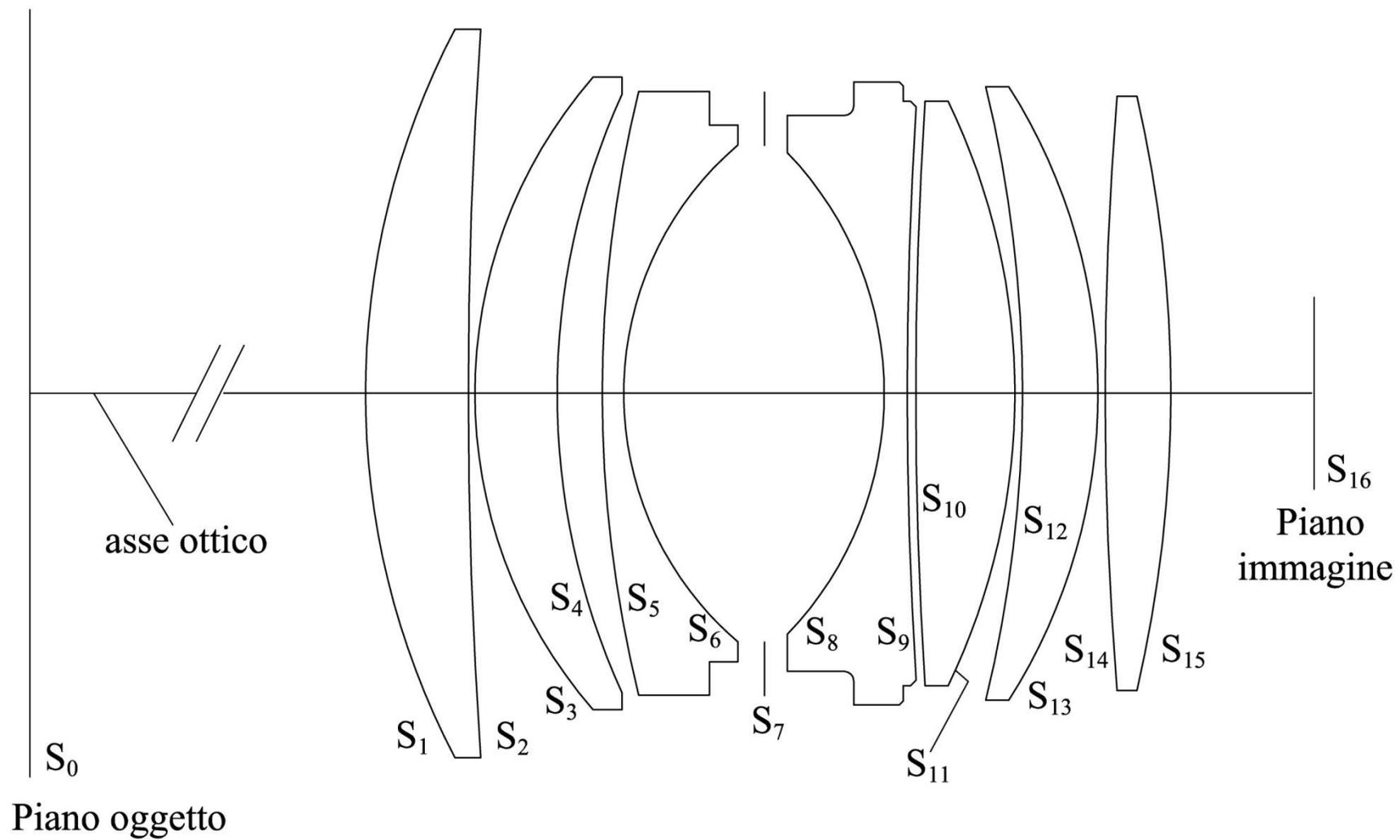
A questo riguardo è bene evidenziare che, **nei disegni ottici, è altresì consuetudine posizionare il sistema ottico in modo che la luce entri in esso procedendo da sinistra verso destra**. In altre parole la superficie oggetto è sempre rappresentata, nel disegno ottico, all'estrema sinistra.

Un sistema ottico si dice **centrato** quando:

- tutte le superfici che compongono il sistema ottico sono assosimmetriche;
- tutti gli assi di simmetria delle superficie coincidono.

L'asse a comune è detto **asse ottico** del sistema ottico centrato.

L'obiettivo fotografico **Zeiss Planar 1.4 / 50** è un esempio di sistema ottico centrato.



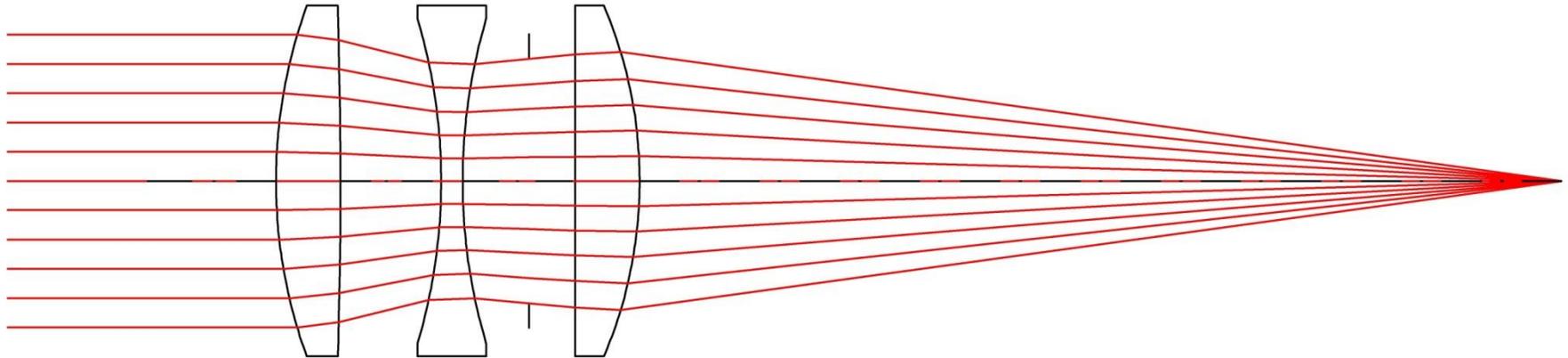
Per assegnare un sistema ottico centrato è necessario allora assegnare per ciascuna sua superficie una quaterna di informazioni:

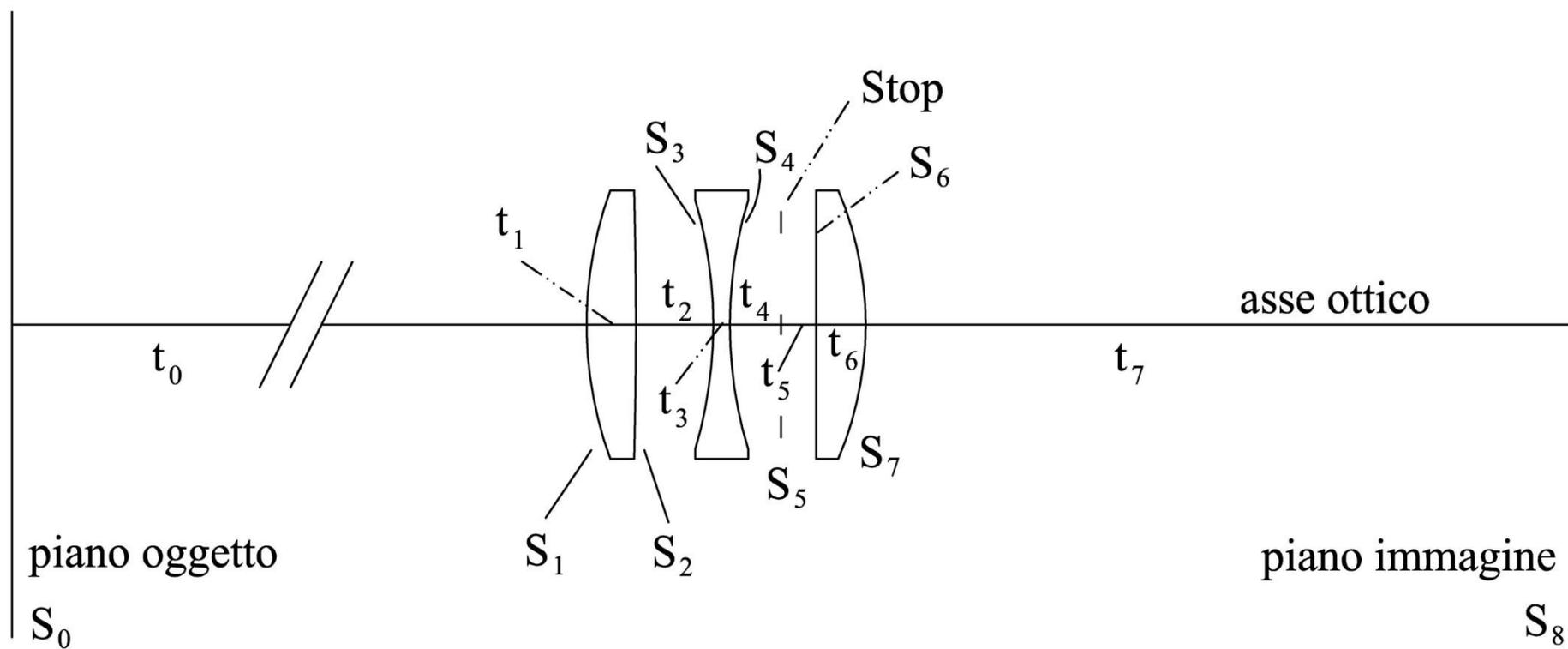
- 1) la curvatura (o il raggio di curvatura), la costante conica ed i coefficienti di deformazione che caratterizzano la superficie considerata nel proprio sistema di riferimento locale;
- 2) la distanza misurata lungo l'asse ottico tra il vertice della superficie considerata ed il vertice della superficie successiva. Per convenzione, tale distanza è considerata **positiva** (**negativa**) se il vertice della superficie successiva si trova a **destra** (**sinistra**) del vertice della superficie considerata;
- 3) la modalità con cui la superficie considerata altera la propagazione della luce incidente su di essa, ovvero se la superficie considerata è una superficie rifrangente o riflettente;

- 4) l'indice di rifrazione, alle lunghezze d'onda di interesse, del mezzo presente tra la superficie considerata e la superficie successiva. Per convenzione l'indice di rifrazione del mezzo è considerato **positivo** (**negativo**) se la luce lasciando la superficie considerata va ad incidere sulla superficie successiva propagandosi **da sinistra a destra** (**da destra a sinistra**).

Infine, per la superficie immagine, essendo l'ultima superficie, si assegnano solo la curvatura, la costante conica ed i coefficienti di deformazione.

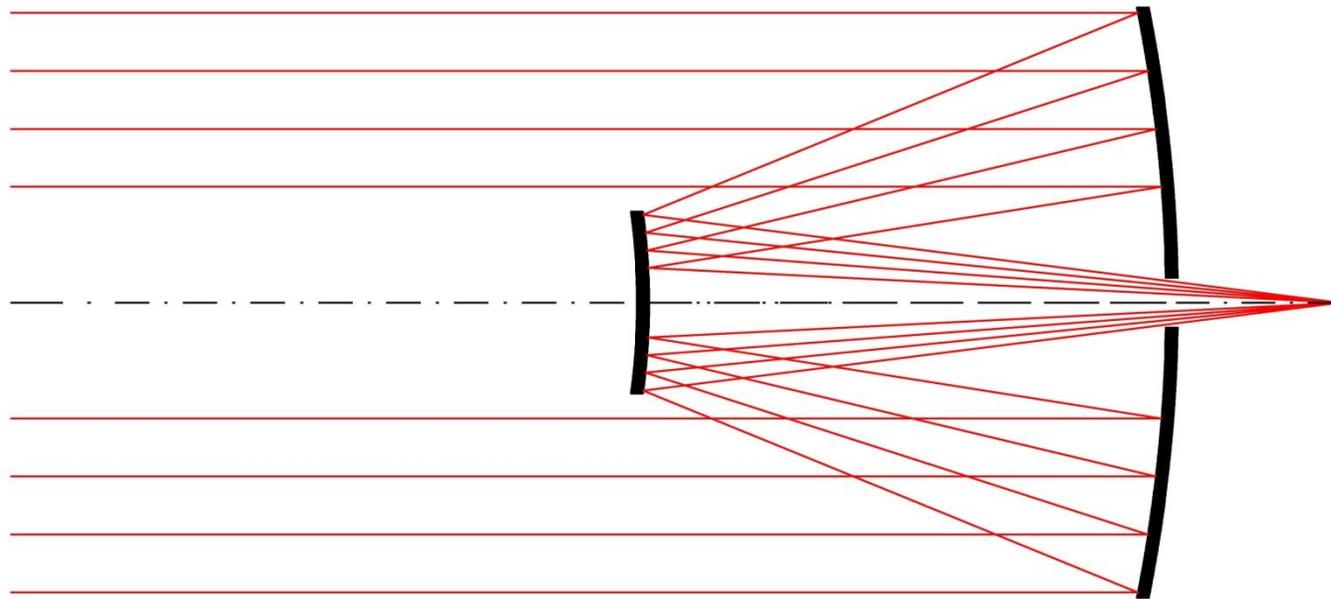
Di seguito è riportata, a titolo di esempio, la **ricetta ottica** di un **tripletto**,
cioè di un obiettivo centrato a tre lenti.

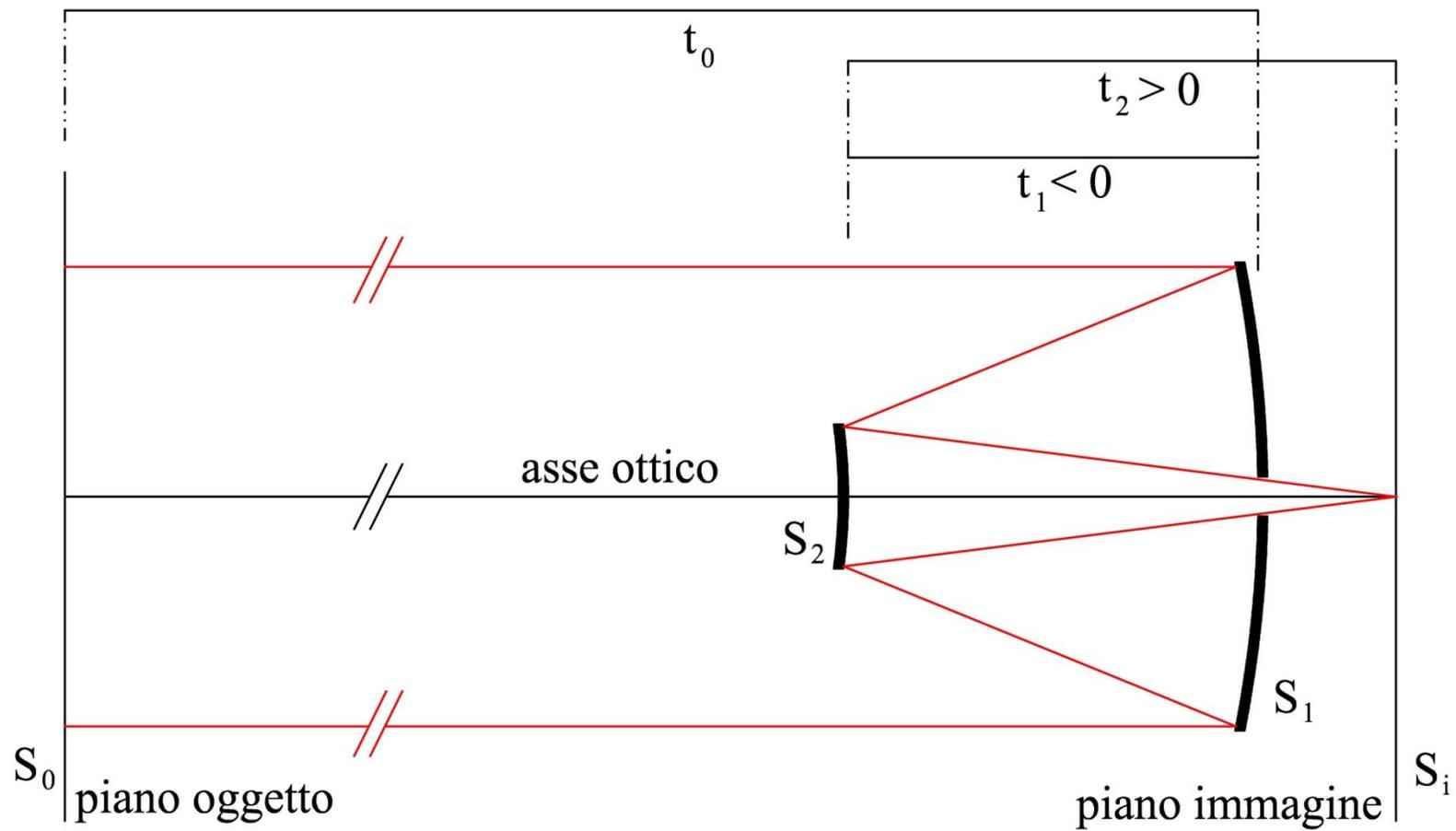




| | Radius (mm) | THI (mm) | RMD | GLA |
|--------------|-------------|-----------|-----|--------------|
| OBJ: | INFINITY | INFINITY | | |
| 1: | 47.00000 | 6.000000 | | NLAF2_SCHOTT |
| 2: | -562.00000 | 9.400000 | | |
| 3: | -52.00000 | 2.000000 | | NSF4_SCHOTT |
| 4: | 52.00000 | 6.200000 | | |
| STO: | INFINITY | 4.300000 | | |
| 6: | INFINITY | 6.000000 | | NLAF2_SCHOTT |
| 7: | -41.00000 | 85.932986 | | |
| IMG: | INFINITY | | | |
| GLASS CODE | 656.30 | 587.60 | | 486.10 |
| NLAF2_SCHOTT | 1.739028 | 1.743969 | | 1.755623 |
| NSF4_SCHOTT | 1.747184 | 1.755126 | | 1.774778 |

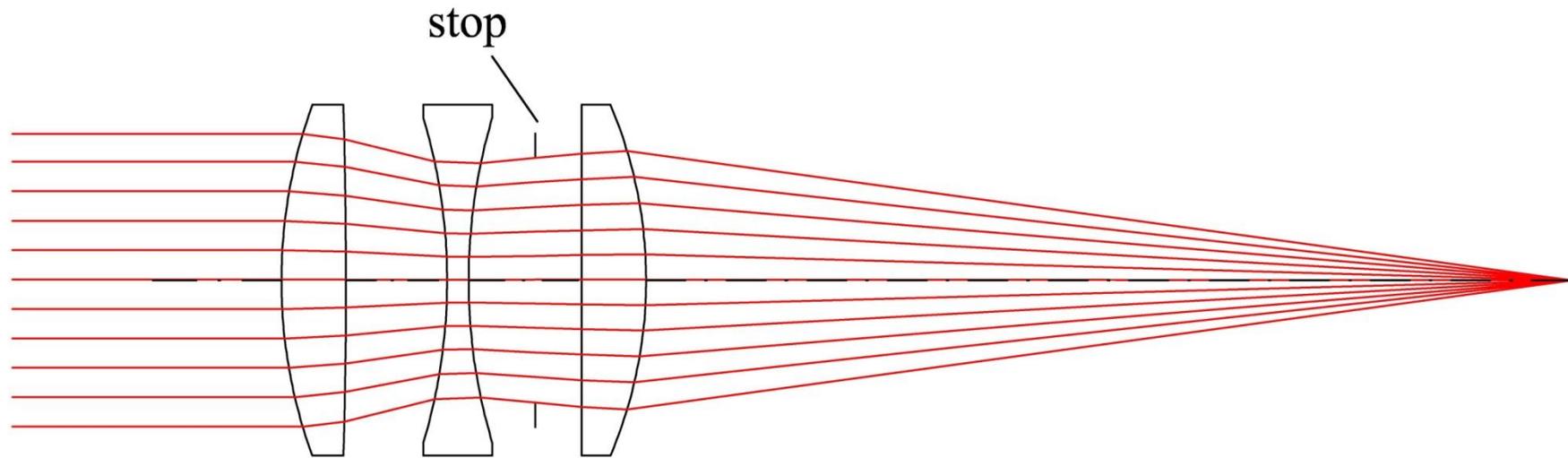
Come ulteriore esempio riportiamo la ricetta ottica di un **telescopio Cassegrain**. Questo è un sistema ottico costituito da **due specchi**: il **primario**, che è uno specchio parabolico, ed il **secondario**, che è uno specchio iperbolico.



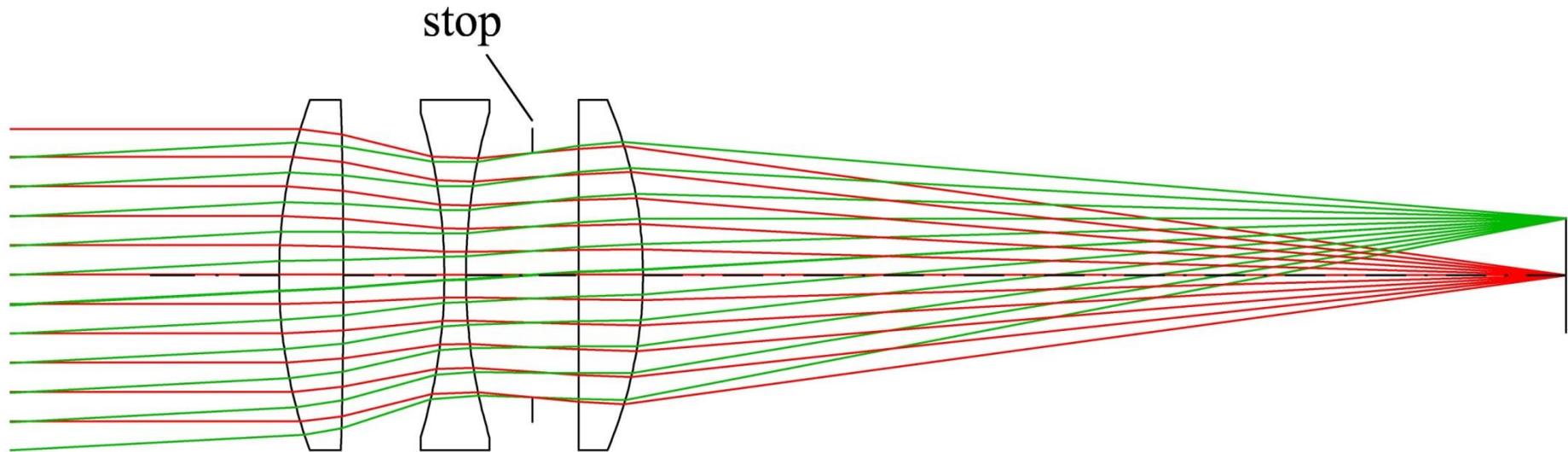


| | Radius (mm) | THI (mm) | RMD | GLA | | | |
|------|--------------|-------------|--------------|-----|--------------------|-----|--------------|
| OBJ: | INFINITY | INFINITY | | | | | |
| STO: | -1286.00000 | -450.000000 | REFL | | | | |
| ASP: | | | | | | | |
| K : | -1.000000 | | | | paraboloide | | |
| A : | 0.000000E+00 | B : | 0.000000E+00 | C : | 0.000000E+00 | D : | 0.000000E+00 |
| 2: | -568.00000 | 602.246546 | REFL | | | | |
| ASP: | | | | | | | |
| K : | -3.790000 | | | | iperboloide | | |
| A : | 0.000000E+00 | B : | 0.000000E+00 | C : | 0.000000E+00 | D : | 0.000000E+00 |
| IMG: | INFINITY | | | | | | |

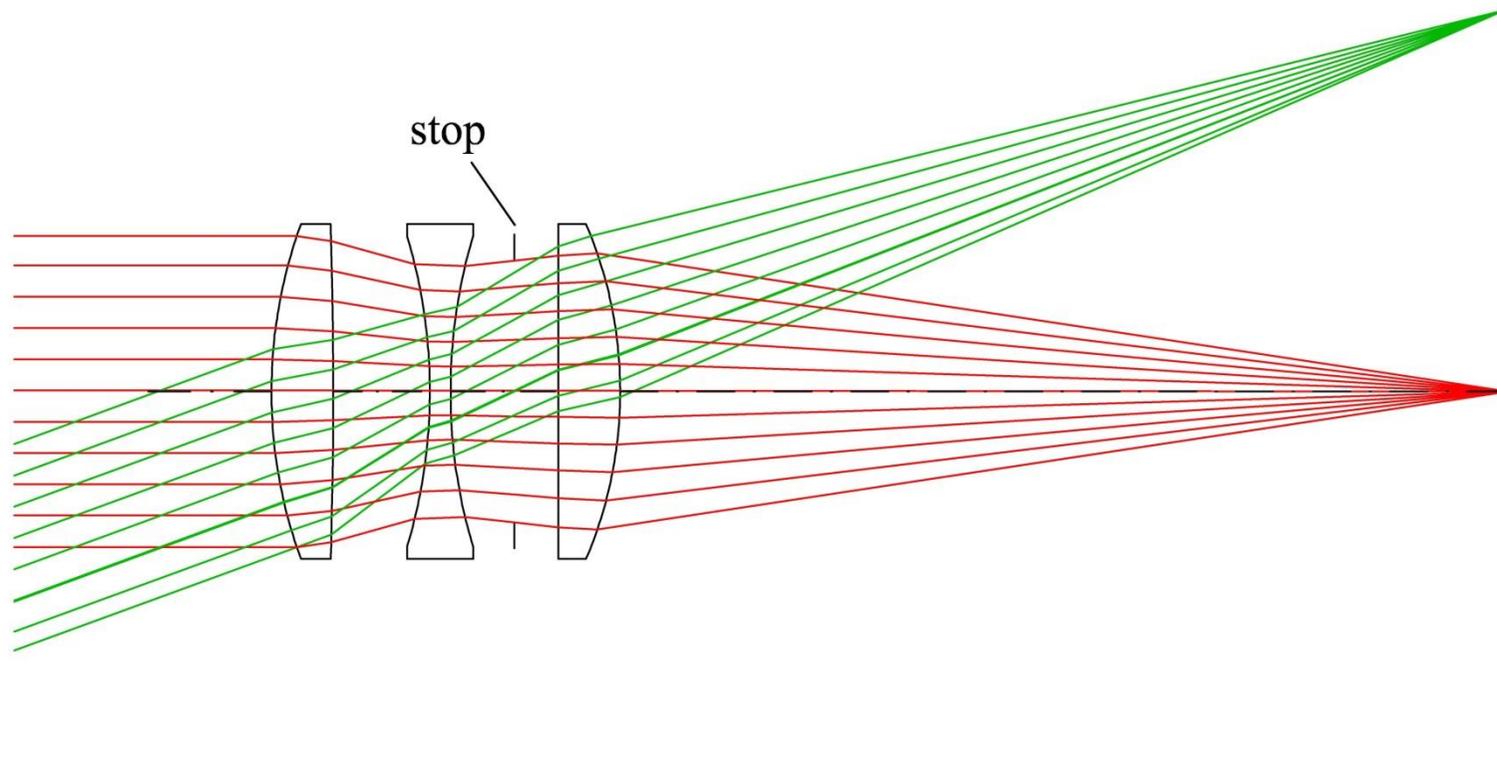
Lo **stop** di un sistema ottico centrato è il **diaframma** di forma circolare che limita la **massima** apertura del cono di raggi provenienti dal punto oggetto situato sull'**asse** del sistema ottico.



A volte, lo stop è posizionato tra due lenti, oppure appoggiato ad una superficie di una lente, o infine costituito dal bordo stesso di una lente.

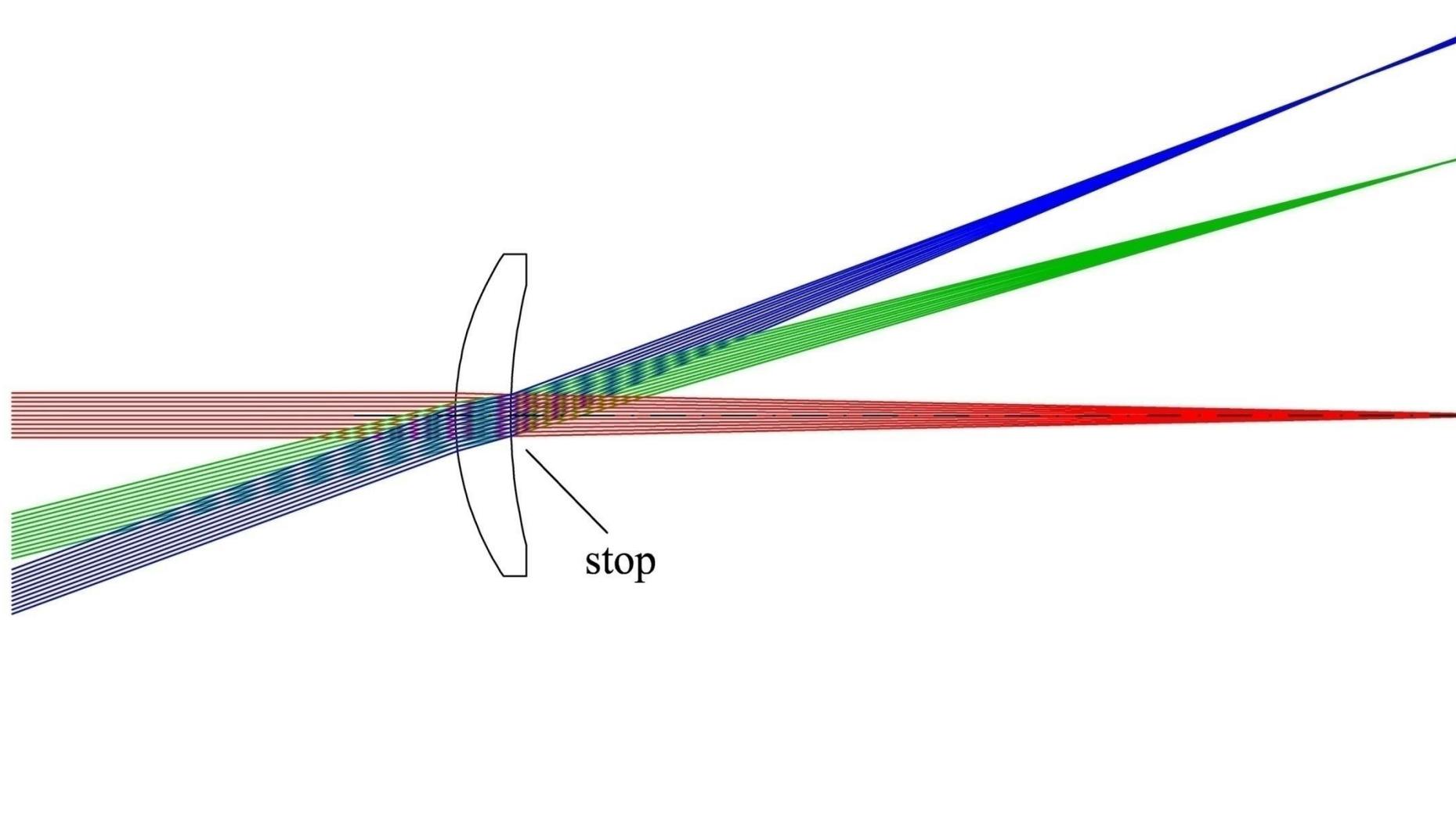


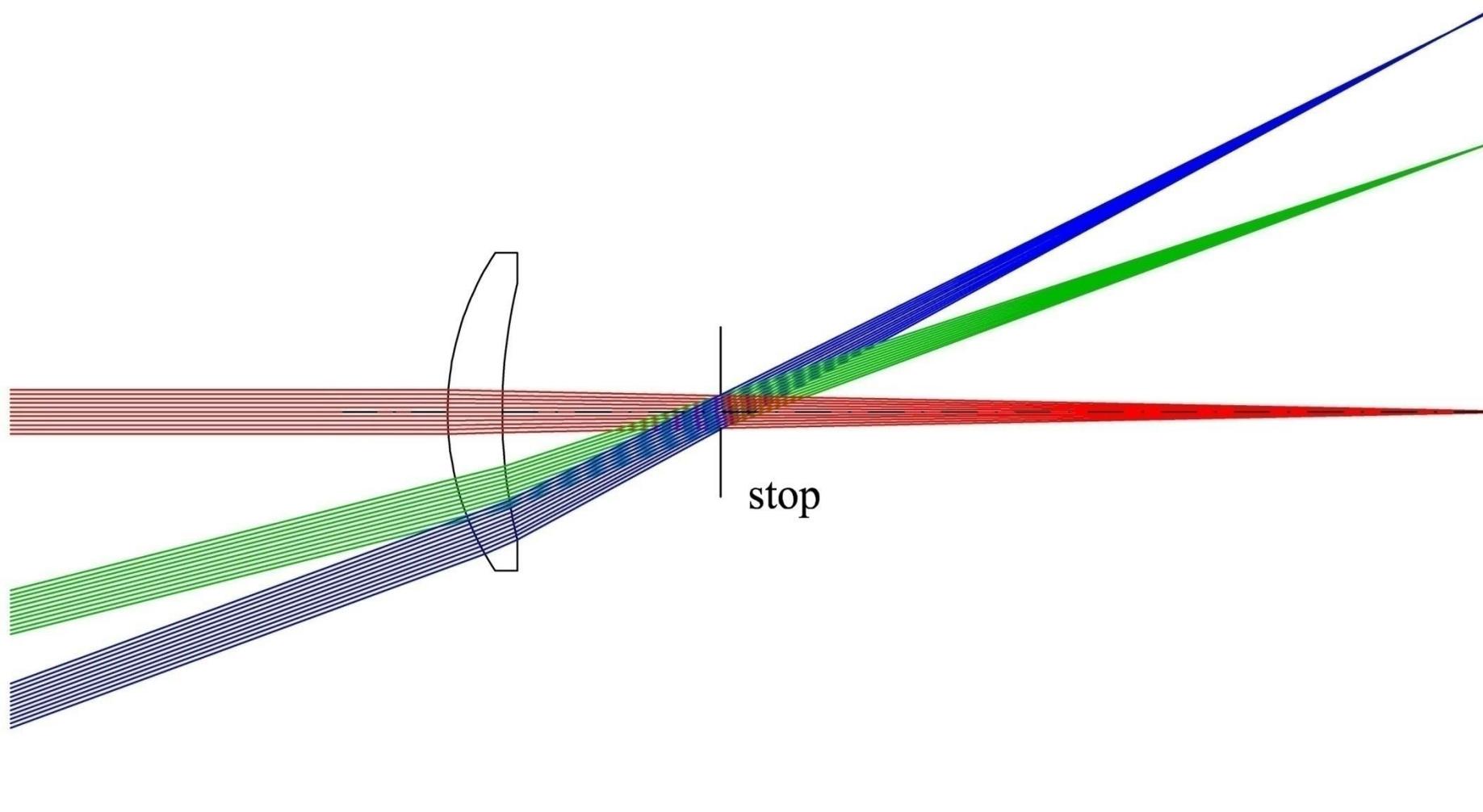
A causa delle dimensioni finite degli elementi che costituiscono il sistema ottico, al variare della sorgente puntiforme sulla superficie oggetto può accadere che l'apertura del cono di raggi sia **inferiore** a quella massima consentita dallo stop. In questo caso si dice che siamo in presenza di **vignettatura**.



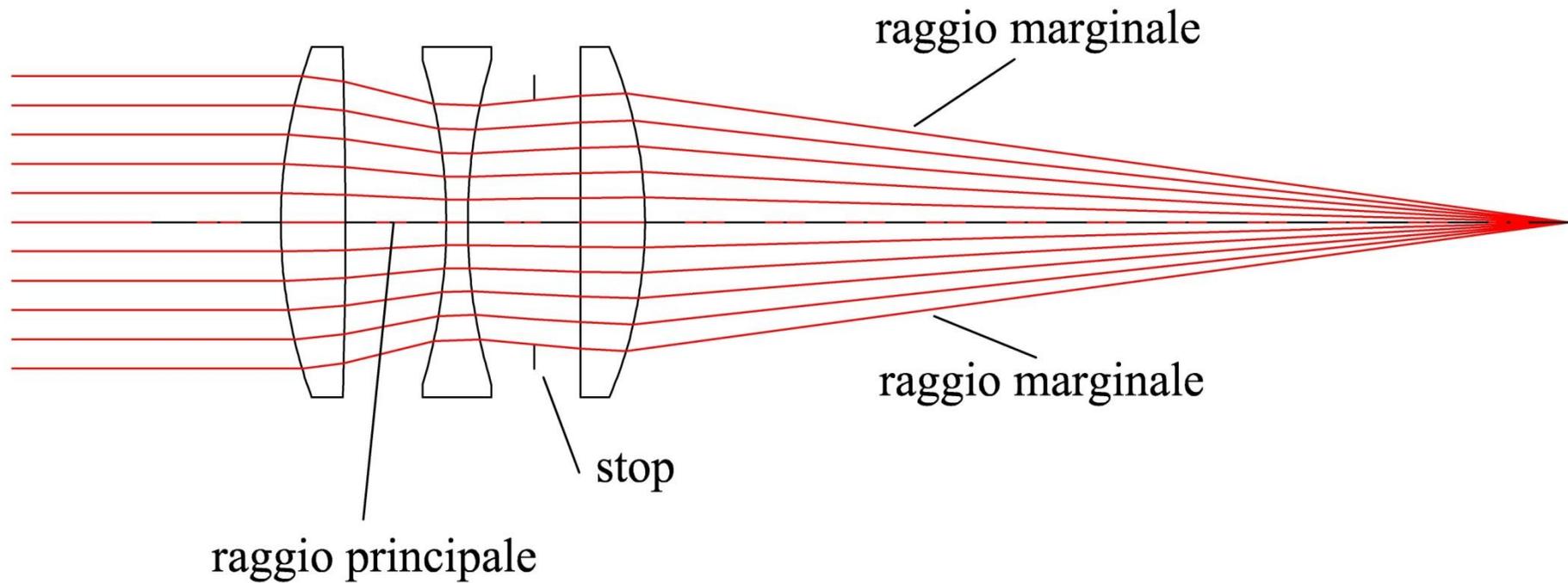
L'area dello stop di un sistema ottico, o la porzione illuminata di esso in caso di vignettatura, è direttamente proporzionale alla quantità di potenza, emessa da una sorgente puntiforme della superficie oggetto, che viene raccolta dal sistema ottico e focalizzata sulla superficie immagine.

Il **posizionamento** dello stop all'interno del sistema ottico è un utile grado di libertà che permette di controllare la qualità dell'immagine e la dimensione dei componenti ottici, come è mostrato nelle due figure seguenti.

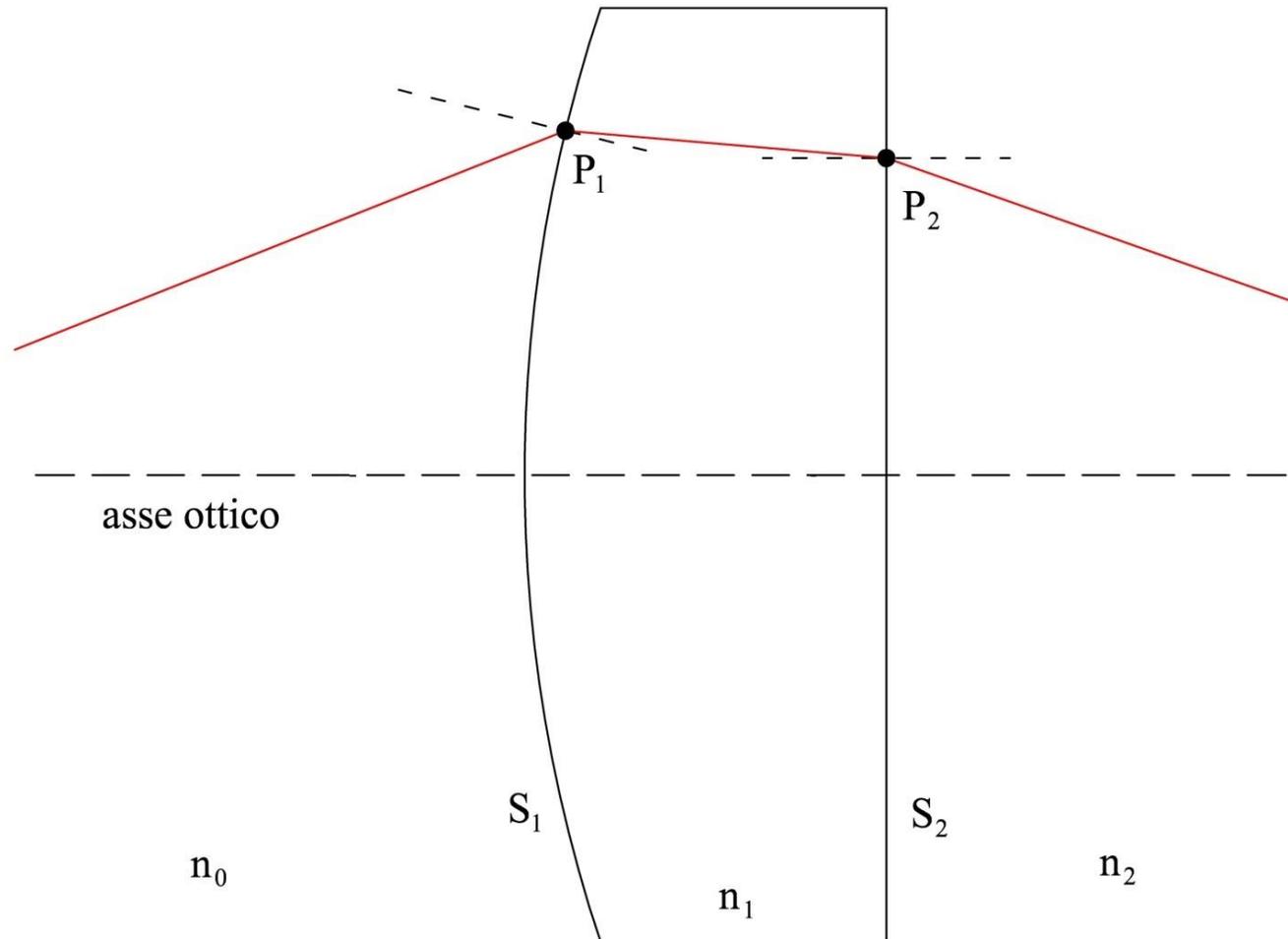




Ogni raggio che passa per il centro dello stop è detto **raggio principale**, mentre ogni raggio che passa sul bordo dello stop o della porzione di stop consentita è detto **raggio marginale**.



Consideriamo un generico sistema ottico centrato di cui, come indicato in figura, S_1 ed S_2 costituiscono le prime due superfici.



Nel mezzo di indice di rifrazione n_0 , un raggio, complanare con l'asse ottico, incide su S_1 nel punto P_1 . Nella figura il piano del disegno coincide con il piano individuato dall'asse ottico e dal raggio. Essendo S_1 una superficie assosimmetrica, la normale ad S_1 in P_1 apparterrà anch'essa al piano del disegno, come anche vi apparterrà, per la legge di Snell o della riflessione, il raggio rifratto o riflesso da S_1 . Da ciò possiamo concludere che:

per un sistema ottico centrato, un raggio, complanare con l'asse ottico nel mezzo di indice di rifrazione n_0 , permane a giacere sullo stesso piano dopo ogni rifrazione o riflessione sui diottri che compongono il sistema ottico.

In base a quanto ora detto, dato un sistema ottico centrato si definisce:

- **raggio meridiano** un raggio che è **complanare con l'asse ottico**;
- **raggio sghembo** un raggio che **non è complanare con l'asse ottico**. Nel fascio di piani contenenti l'asse ottico **non esiste** un piano che contiene quel raggio.