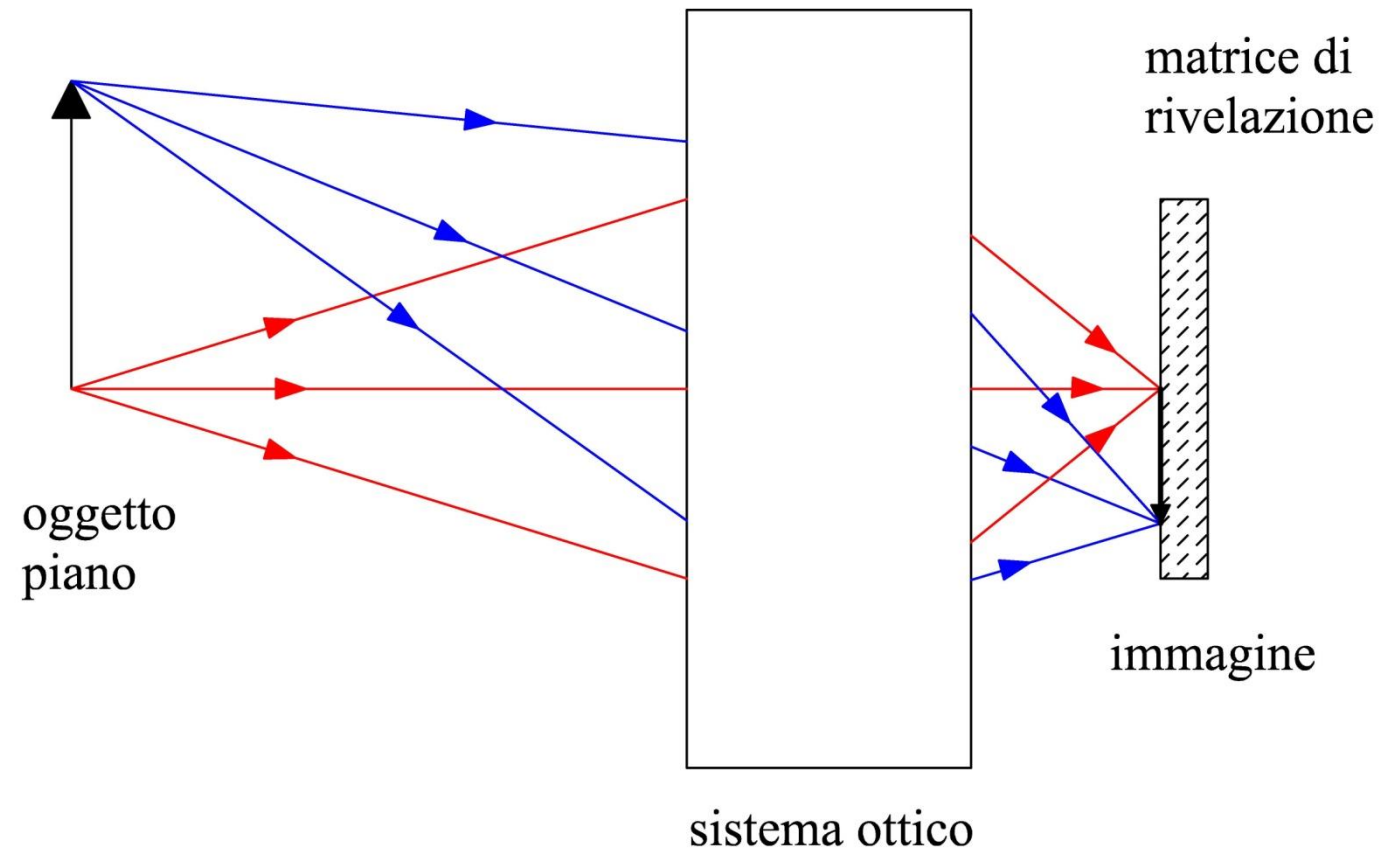


## CAPITOLO 3

# **FORMAZIONE DELLE IMMAGINI**

Il processo di formazione di una immagine da parte di un sistema ottico è facilmente descrivibile in termini di **raggi**.

In figura la scatola rappresenta un generico **sistema ottico**. La freccia verticale indica un generico **oggetto piano** di cui il sistema ottico fa l'**immagine** sulla **matrice di rivelazione**.



Nel caso dell'occhio, la **matrice di rivelazione** è la **retina** mentre nella macchina fotografica digitale è la **CCD** o la **CMOS**.

Con il termine **matrice** di rivelazione si vuole evidenziare il fatto che la rivelazione dell'immagine non avviene su un numero **infinito** di punti ma su un numero **discreto** di “**pixel**”.

Mentre per le CCD o per le CMOS il termine pixel è chiaro ed è entrato nel vocabolario quotidiano, nel caso della retina occorre identificarli con i **coni** e i **bastoncelli**.

In tutti i casi il pixel ha il compito di assorbire tutta la luce ( i **fotoni** ) che incide su di esso e di generare elettroni liberi che in questo caso sono detti **foto-elettroni**.

La generazione di un foto-elettrone all'interno di un singolo pixel avviene perché un atomo, di cui è fatto il pixel, assorbe un fotone e l'energia di questo è fornita ad uno dei suoi elettroni che così si può allontanare dal resto dell'atomo e diventare un **foto-elettrone libero**.

**La rivelazione di un'immagine consiste allora nel conteggio, per ciascun pixel, di tutti gli elettroni liberi generati durante l'esposizione.**

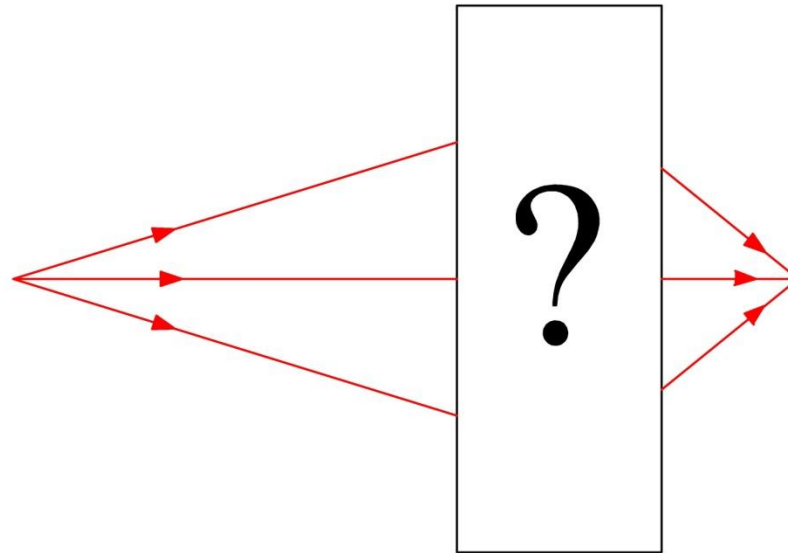
Esistono **altre cause**, indipendenti dalla quantità di luce assorbita dal singolo pixel, di generazione di **elettroni liberi**. La principale tra queste è la stessa **temperatura di lavoro** a cui si trova il pixel, in quanto l'agitazione termica produce di per sé elettroni liberi.

Nel processo di rivelazione dell'immagine questi elettroni termici sommandosi ai foto-elettroni costituiscono una fonte di **rumore** rispetto al **segnale** vero e proprio costituito dai foto-elettroni.

La matrice di rivelazione, campionando l'immagine in un numero discreto di **pixel immagine**, campiona di fatto, anche l'oggetto in un identico numero di **pixel oggetto**. Ad un **pixel immagine corrisponde uno ed uno solo pixel oggetto e viceversa**.

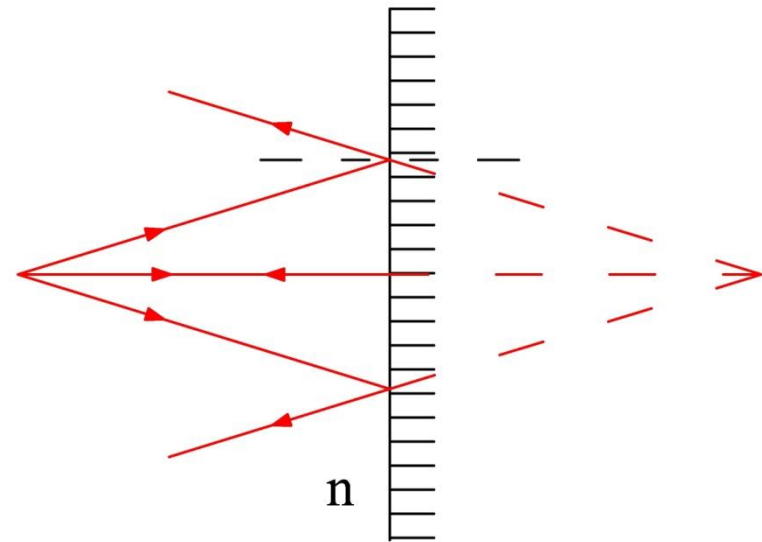
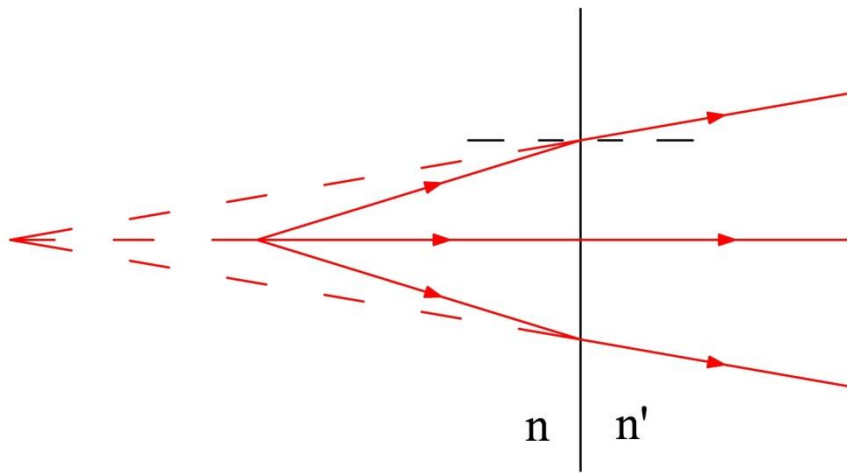
Nell'ambito dell'Ottica Geometrica possiamo allora asserire che **un sistema ottico forma un'immagine sufficientemente buona dell'oggetto** se, per tutte le lunghezze d'onda caratteristiche della luce emessa o diffusa dall'oggetto:

- i raggi provenienti da ciascun pixel oggetto ed intercettati dal sistema ottico sono **tutti** focalizzati da quest'ultimo dentro il corrispondente pixel immagine;
- da ciascun pixel oggetto, il sistema ottico intercetta un numero di raggi **sufficientemente alto** in modo da ottenere **un buon rapporto S/N** (segnale/rumore) sul corrispondente pixel immagine;
- l'immagine (insieme dei pixel immagine) formata dal sistema ottico è una figura **simile**, dal punto di vista **geometrico** e **radiometrico**, all'oggetto (insieme dei pixel oggetto).



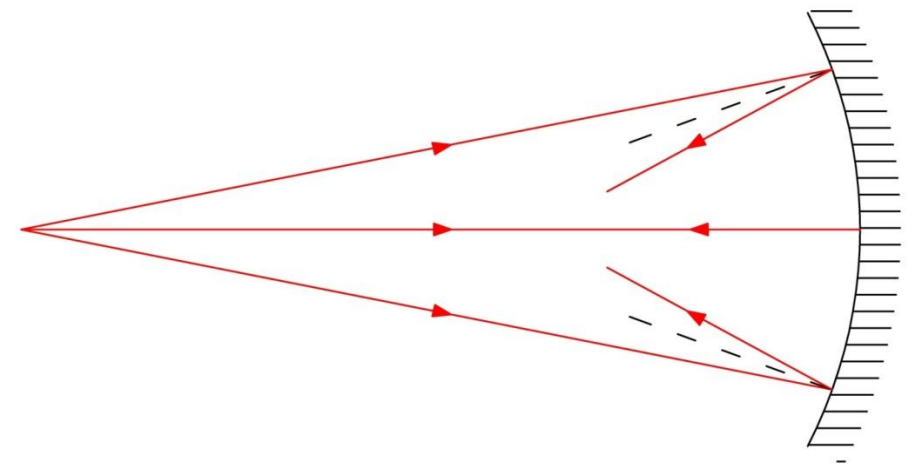
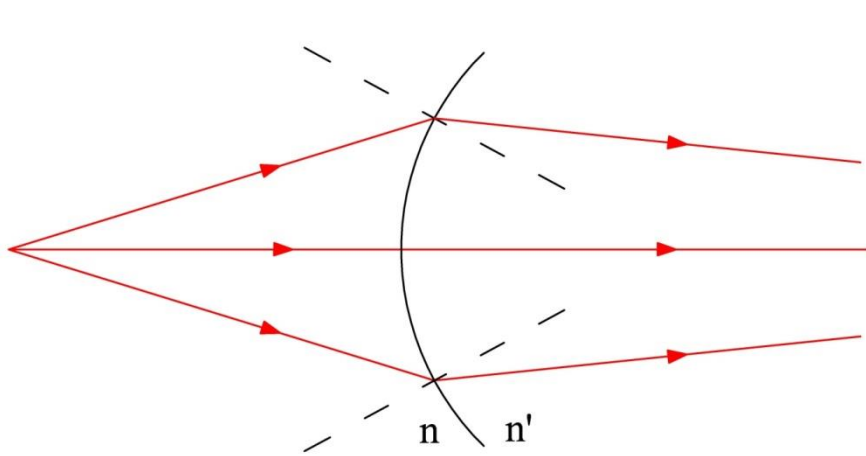
Abbiamo visto che nei mezzi trasparenti, omogenei ed isotropi i raggi sono **segmenti di linea retta**, allora come si può far cambiare direzione ai raggi in modo che un **fascio divergente** diventi **convergente**?

Dalla esperienza quotidiana si ricava facilmente che questa proprietà non è posseduta da un diottro piano in riflessione o in rifrazione.





Per trasformare un fascio divergente in un fascio convergente è necessario almeno un diottro **curvo** in rifrazione o in riflessione.



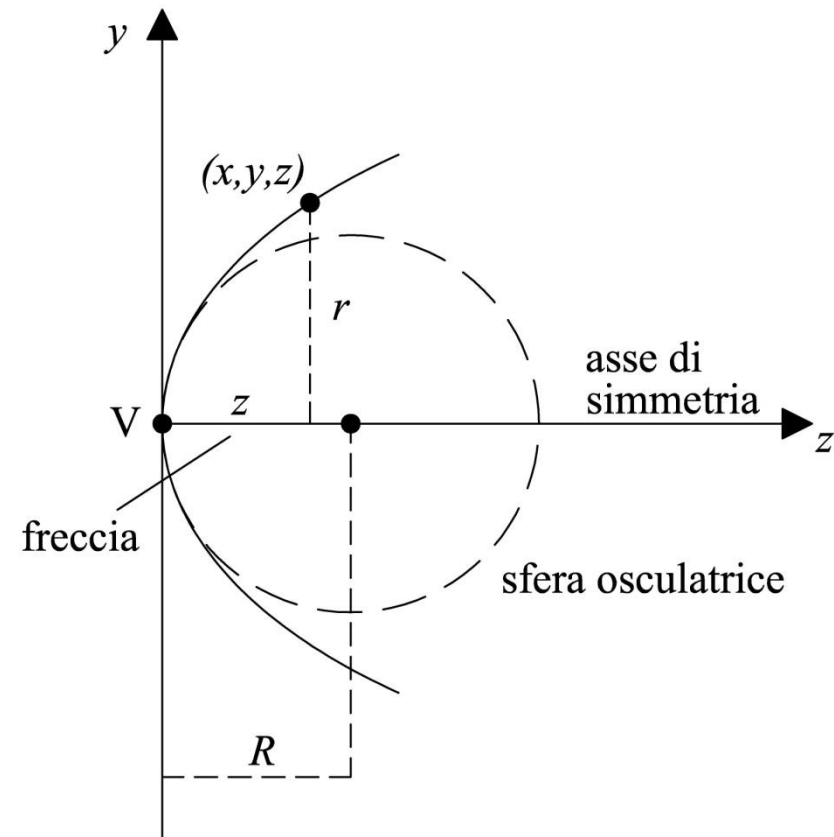
Nel processo di formazione delle immagini la forma delle superfici ottiche è senza dubbio il grado di libertà più importante. Il suo intervallo di variabilità è fortemente delimitato dalla natura stessa del processo di fabbricazione e collaudo delle superfici ottiche. In pratica ad oggi le superfici assosimmetriche che possono essere realizzate sono quelle che hanno la seguente rappresentazione matematica:

$$z(r) = \frac{c r^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + K) c^2 r^2}} + Ar^4 + Br^6 + \dots + Jr^{20}$$

espressa in un sistema di riferimento il cui asse  $z$  coincide con l'asse di simmetria della superficie ottica e la cui origine coincide con il vertice  $V$  (punto di intersezione della superficie ottica con l'asse di simmetria).

$$z(r) = \frac{c r^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + K) c^2 r^2}} + Ar^4 + Br^6 + \dots + Jr^{20}$$

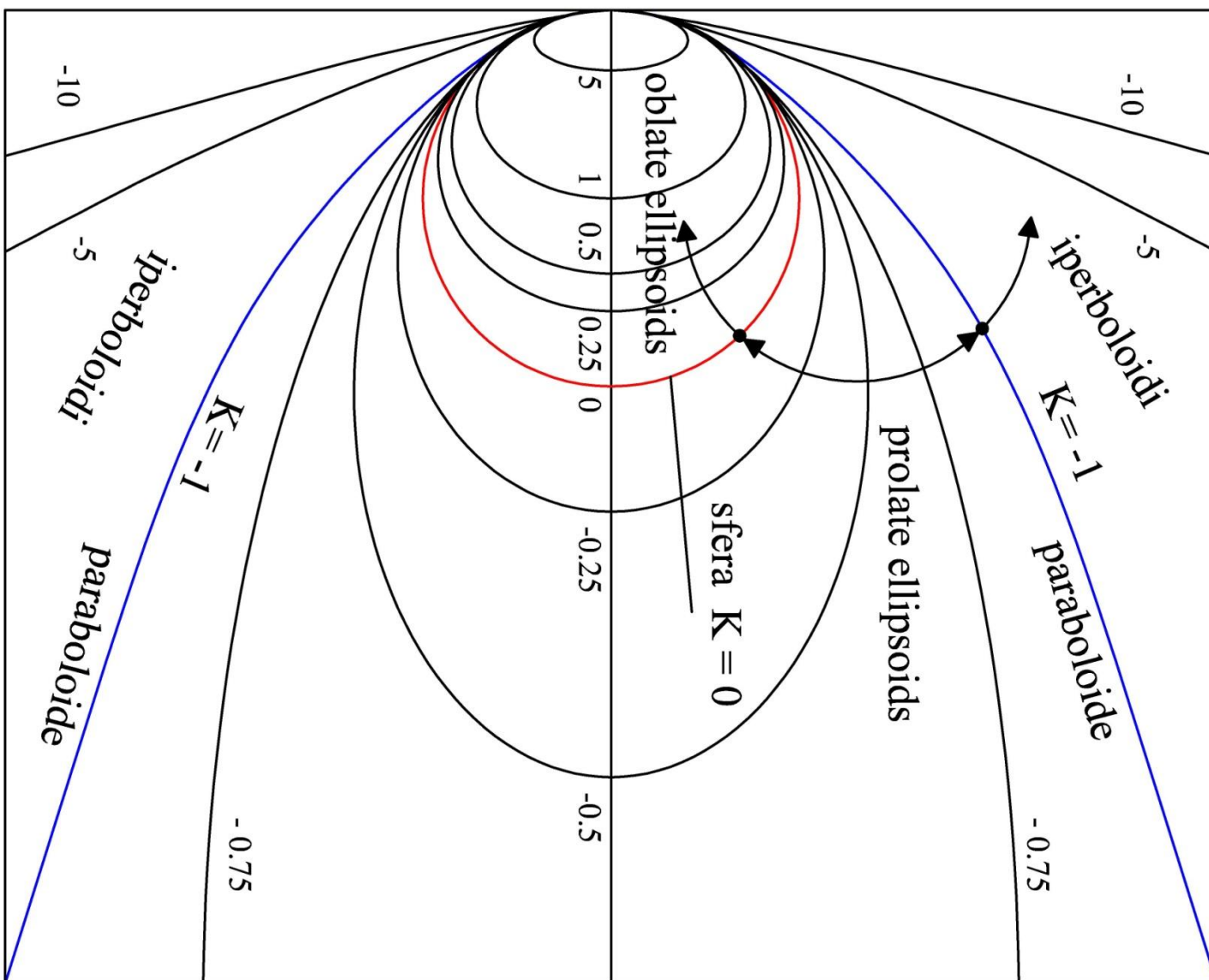
Nella precedente espressione  $c$  rappresenta la **curvatura della superficie ottica nel vertice V** (ovvero  $R = 1/c$  è il **raggio di curvatura della sfera osculatrice alla superficie nel vertice V**),  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  è la distanza dalla **asse di simmetria** della superficie ottica,  $k$  è la **costante conica** e  $A\dots J$  sono, rispettivamente, **i coefficienti di deformazione del 4°...20° ordine**.



$$z(r) = \frac{c r^2}{1 + \sqrt{1 - (1 + K) c^2 r^2}} + Ar^4 + Br^6 + \dots + Jr^{20}$$

$c = 0$	$A = \dots = J = 0$	piano (sferica)
$c \neq 0$	$K < -1$ $A = \dots = J = 0$	ramo di iperboloide (asferica)
$c \neq 0$	$K = -1$ $A = \dots = J = 0$	paraboloide (asferica)
$c \neq 0$	$-1 < K < 0$ $A = \dots = J = 0$	prolate ellipsoid (asferica)
$c \neq 0$	$K = 0$ $A = \dots = J = 0$	sfera (sferica)
$c \neq 0$	$K > 0$ $A = \dots = J = 0$	oblate ellipsoid (asferica)
$c \gg 1$	$K < -1$ $A = \dots = J = 0$	cono (asferica)
	$ A  + \dots +  J  \neq 0$	(asferica generalizzata)

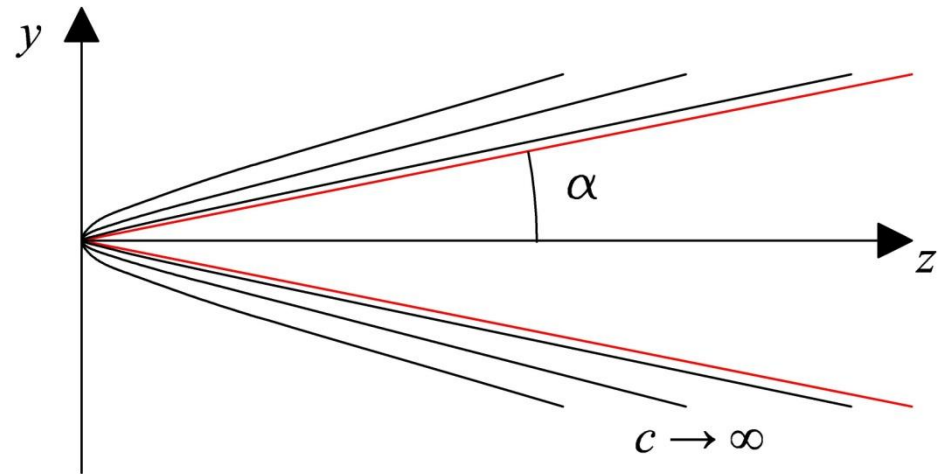
Il prolate (oblate) ellipsoid è ottenuto dalla rotazione di una ellisse intorno al suo asse maggiore (minore).



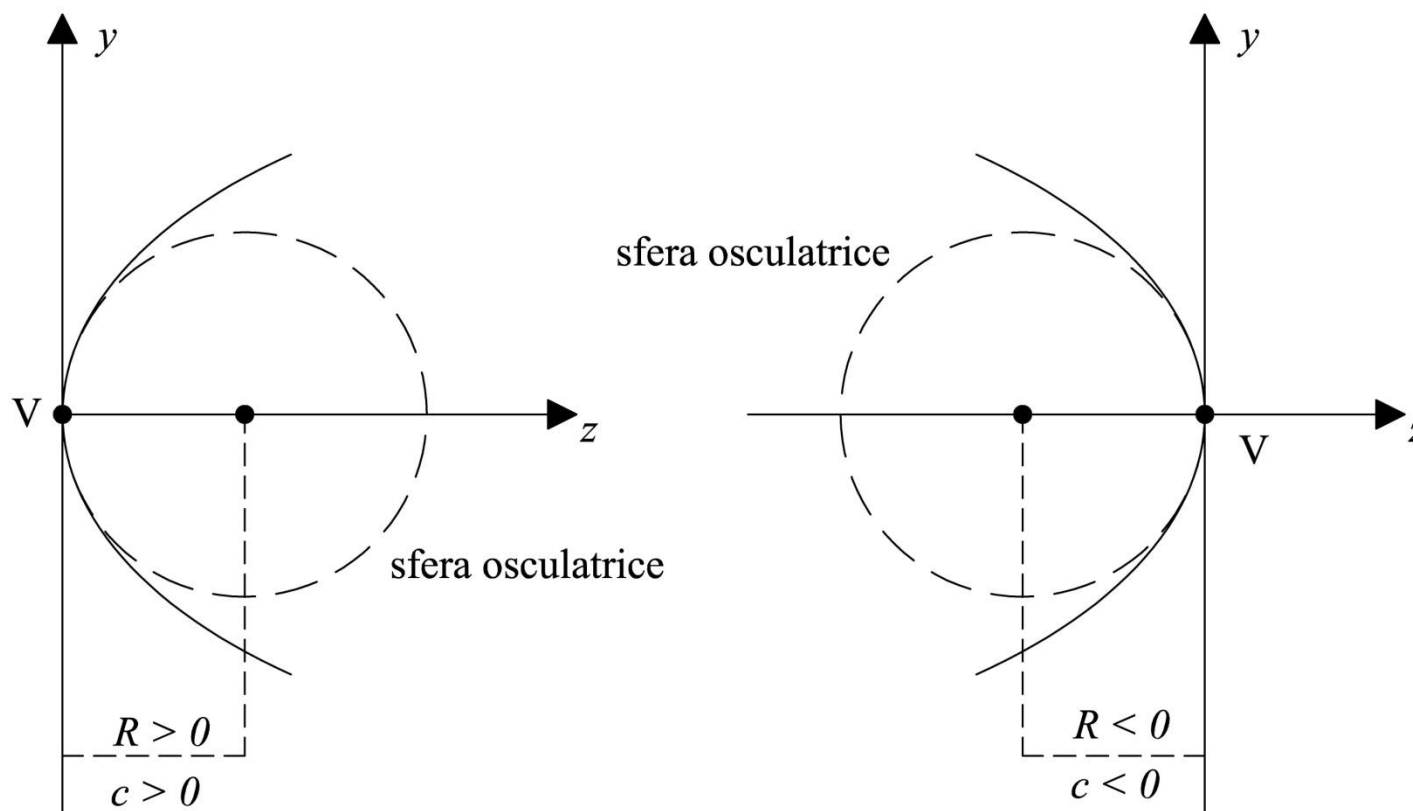
Come è mostrato in figura, al tendere all'infinito della curvatura, ovvero al tendere a zero del raggio di curvatura della sfera osculatrice nel vertice, un ramo di iperboloide ( $K < -1$ ) approssima sempre meglio un cono, la cui semi-apertura  $\alpha$  è legata alla costante conica dalla seguente relazione:

$$(\cos \alpha)^2 = -\frac{1}{K} .$$

I coefficienti di deformazione  $A, B, \dots, J$  misurano di quanto la superficie asferica generalizzata si discosta dalla superficie sferica (intendendo il piano come una sfera di raggio infinito) o asferica corrispondente.



È consuetudine in ottica geometrica utilizzare la convenzione sul segno di  $R$ , e di conseguenza di  $c$ , secondo la quale  $R$  è **positivo** (**negativo**) se il centro della sfera osculatrice si trova a **destra** (**sinistra**) del vertice  $V$ .



In Ottica Geometrica:

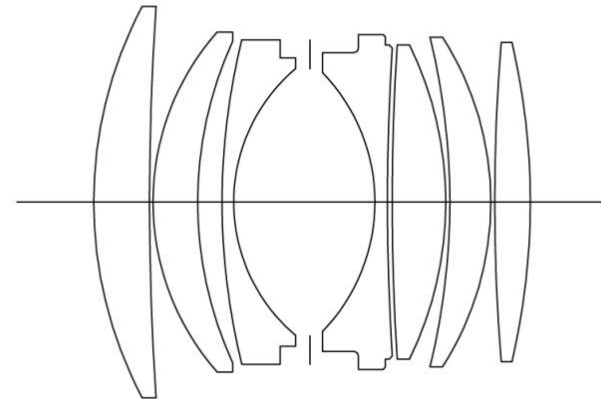
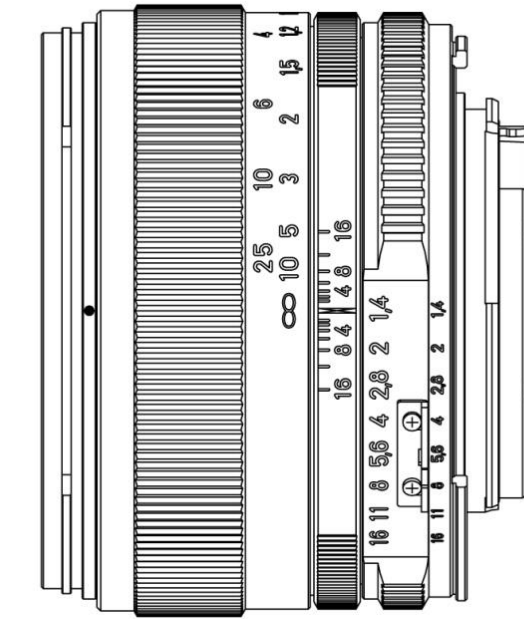
un sistema ottico è pensato come un insieme ordinato di diottri in rifrazione e/o riflessione.

In figura è mostrato, a titolo di esempio, l'obiettivo fotografico **Zeiss Planar 1.4 / 50**.





Come indicato in figura, esso è composto da 7 lenti ed è quindi considerato come composto da 17 superfici, inglobando in esse anche la superficie oggetto, la superficie immagine e la superficie dello STOP, dove è collocato il diaframma della macchina fotografica.



È consuetudine indicare le superfici che compongono un generico sistema ottico con i simboli  $S_0, S_1, \dots, S_k, S_i$ , dove  $S_0$  è **la superficie oggetto**,  $S_i$  la **superficie immagine**,  $S_1$  è **la prima superficie del sistema ottico** ed  $S_k$  è **l'ultima superficie**.

**L'ordine delle superfici  $S_0, S_1, \dots, S_k, S_i$  è quello in cui la luce, propagandosi, le incontra.**

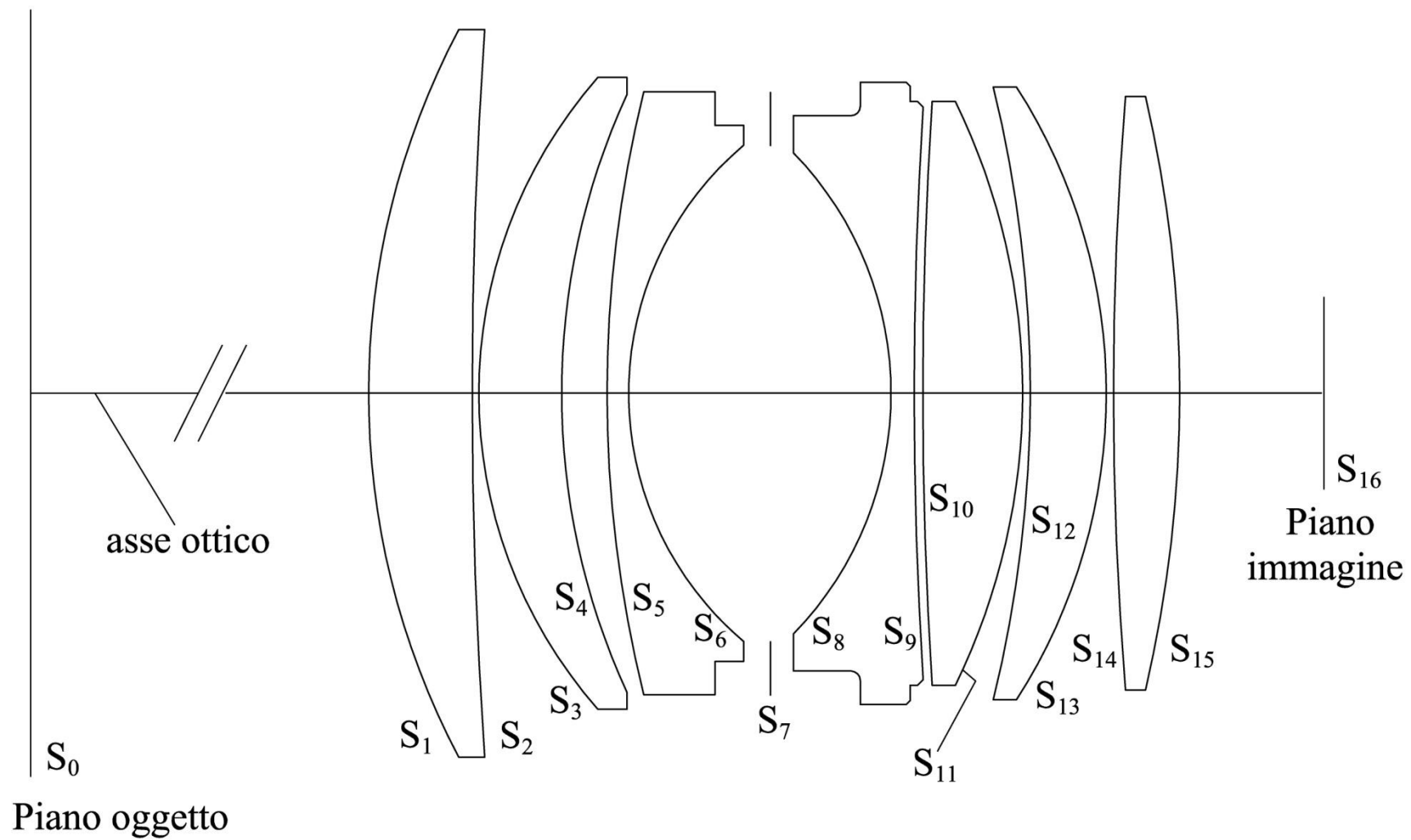
A questo riguardo è bene evidenziare che, **nei disegni ottici, è altresì consuetudine posizionare il sistema ottico in modo che la luce entri in esso procedendo da sinistra verso destra**. In altre parole la superficie oggetto è sempre rappresentata, nel disegno ottico, all'estrema sinistra.

Un sistema ottico si dice **centrato** quando:

- tutte le superfici che compongono il sistema ottico sono assosimmetriche;
- tutti gli assi di simmetria delle superficie coincidono.

L'asse a comune è detto **asse ottico** del sistema ottico centrato.

L'obiettivo fotografico **Zeiss Planar 1.4 / 50** è un esempio di sistema ottico centrato.



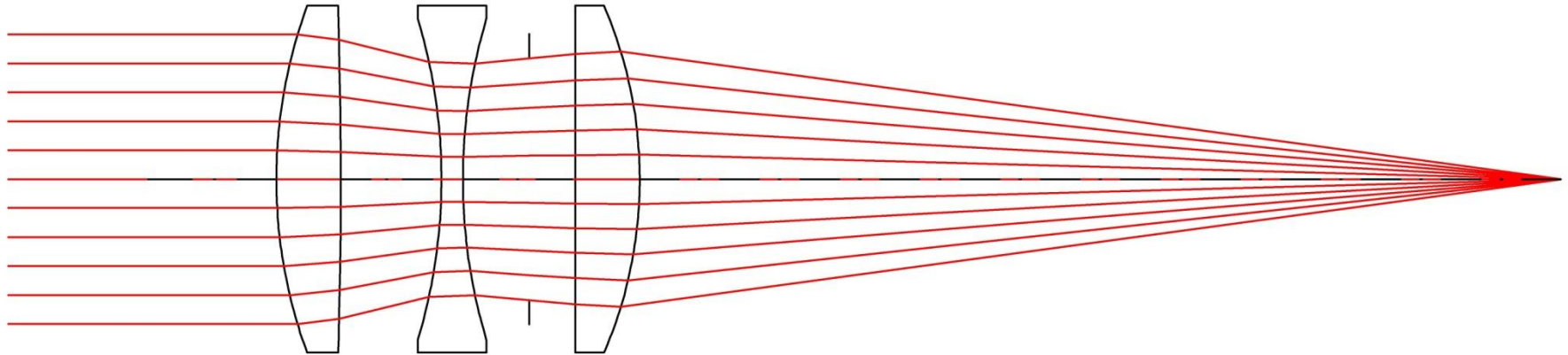
Per assegnare un sistema ottico centrato è necessario allora assegnare per ciascuna sua superficie una quaterna di informazioni:

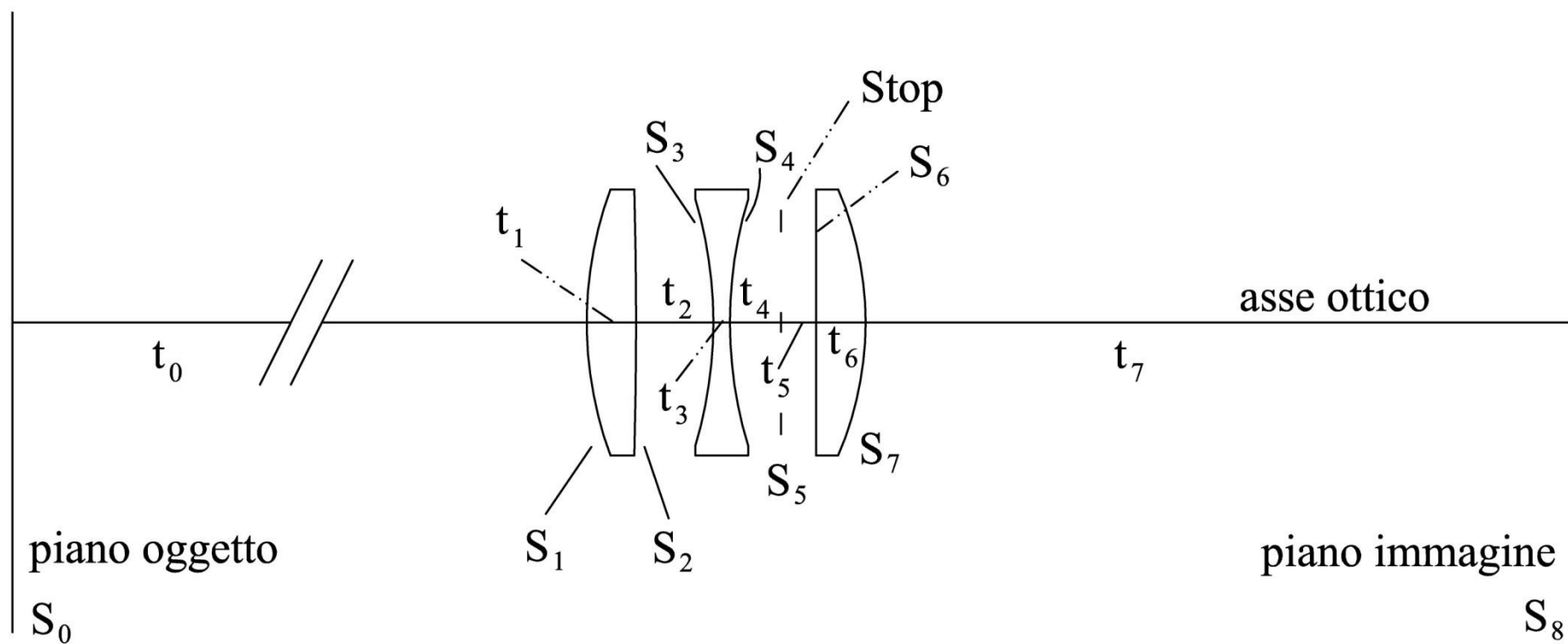
- 1) la curvatura (o il raggio di curvatura), la costante conica ed i coefficienti di deformazione che caratterizzano la superficie considerata nel proprio sistema di riferimento locale;
- 2) la distanza misurata lungo l'asse ottico tra il vertice della superficie considerata ed il vertice della superficie successiva. Per convenzione, tale distanza è considerata **positiva** (**negativa**) se il vertice della superficie successiva si trova a **destra** (**sinistra**) del vertice della superficie considerata;
- 3) la modalità con cui la superficie considerata altera la propagazione della luce incidente su di essa, ovvero se la superficie considerata è una superficie rifrangente o riflettente;

- 4) l'indice di rifrazione, alle lunghezze d'onda di interesse, del mezzo presente tra la superficie considerata e la superficie successiva. Per convenzione l'indice di rifrazione del mezzo è considerato **positivo** (**negativo**) se la luce lasciando la superficie considerata va ad incidere sulla superficie successiva propagandosi **da sinistra a destra** (**da destra a sinistra**).

Infine, per la superficie immagine, essendo l'ultima superficie, si assegnano solo la curvatura, la costante conica ed i coefficienti di deformazione.

Di seguito è riportata, a titolo di esempio, la **ricetta ottica** di un **tripletto**,  
cioè di un obiettivo centrato a tre lenti.

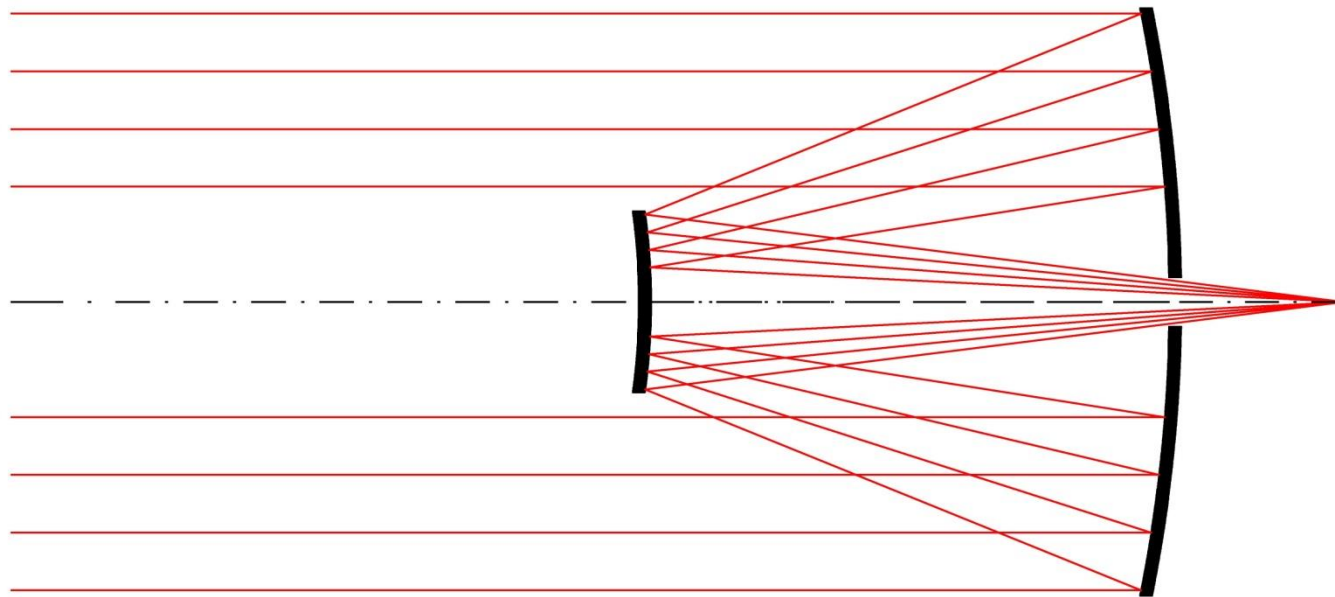


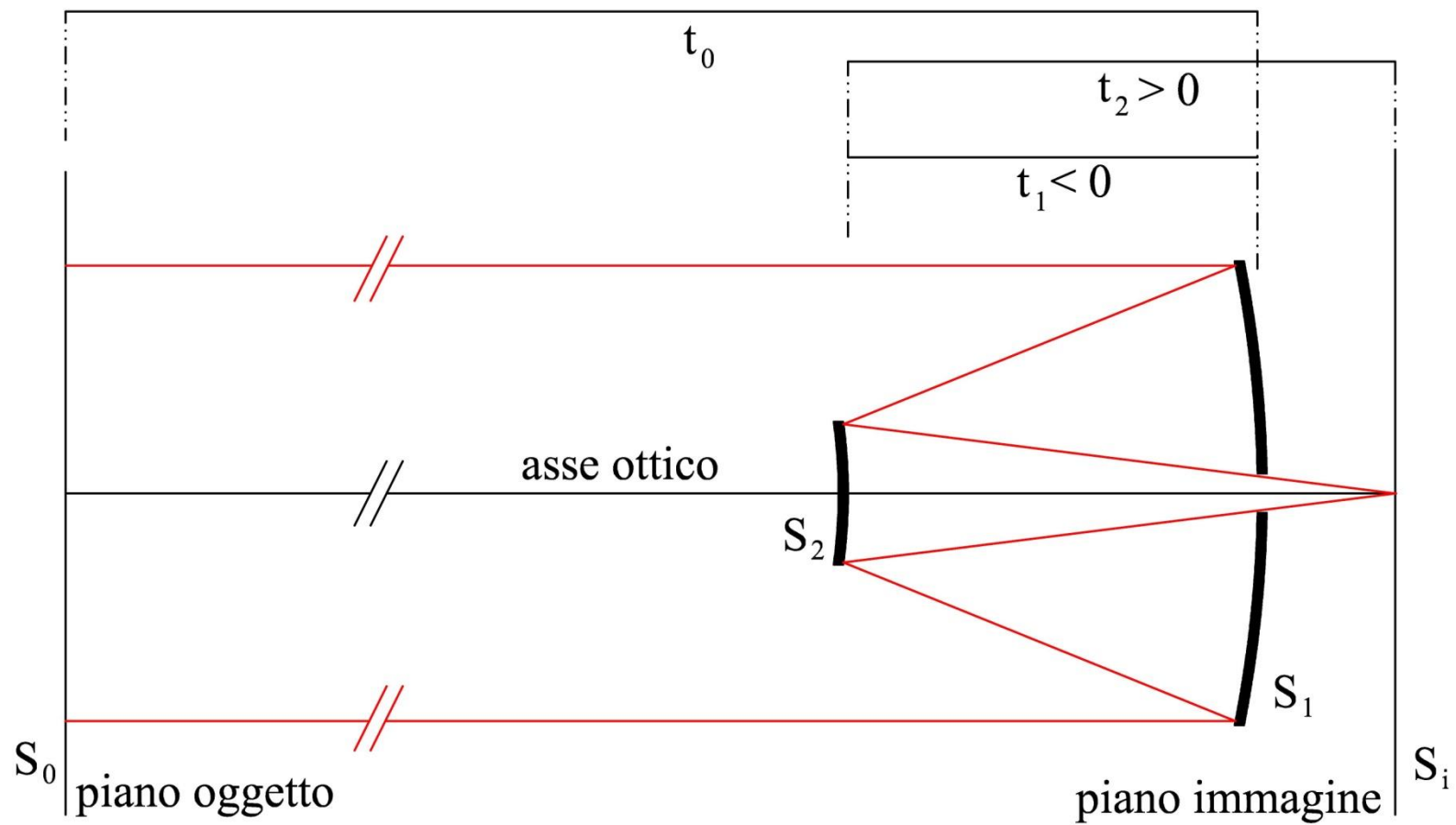




	Radius (mm)	THI (mm)	RMD	GLA
OBJ:	INFINITY	INFINITY		
1:	47.00000	6.000000		NLAF2_SCHOTT
2:	-562.00000	9.400000		
3:	-52.00000	2.000000		NSF4_SCHOTT
4:	52.00000	6.200000		
STO:	INFINITY	4.300000		
6:	INFINITY	6.000000		NLAF2_SCHOTT
7:	-41.00000	85.932986		
IMG:	INFINITY			
GLASS CODE	656.30	587.60		486.10
NLAF2_SCHOTT	1.739028	1.743969		1.755623
NSF4_SCHOTT	1.747184	1.755126		1.774778

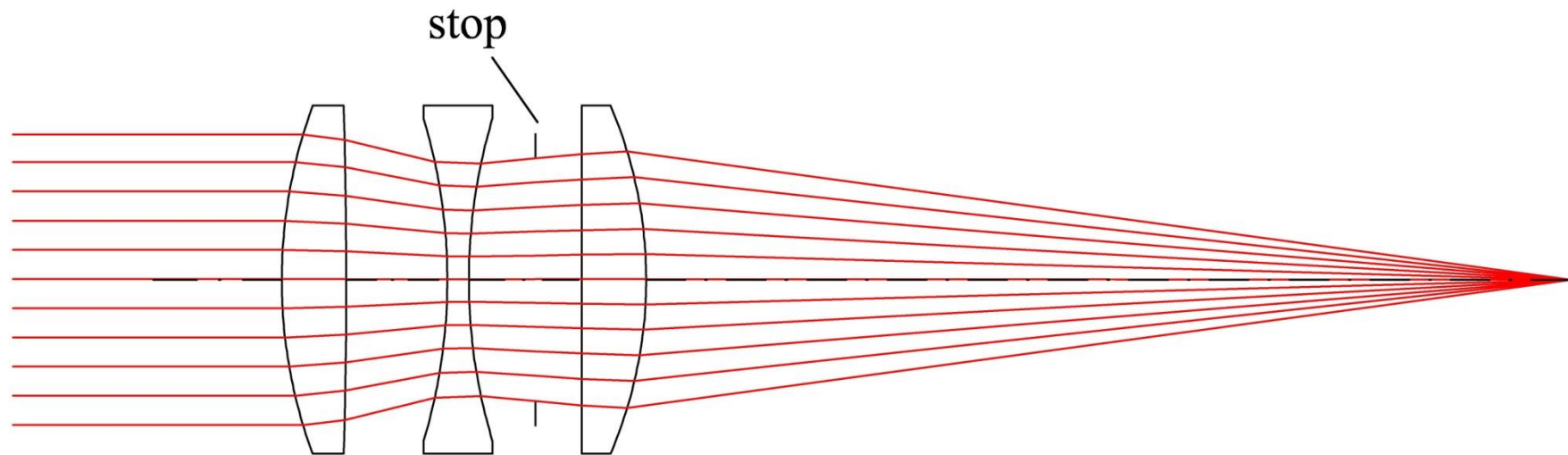
Come ulteriore esempio riportiamo la ricetta ottica di un **telescopio Cassegrain**. Questo è un sistema ottico costituito da **due specchi**: il **primario**, che è uno specchio parabolico, ed il **secondario**, che è uno specchio iperbolico.



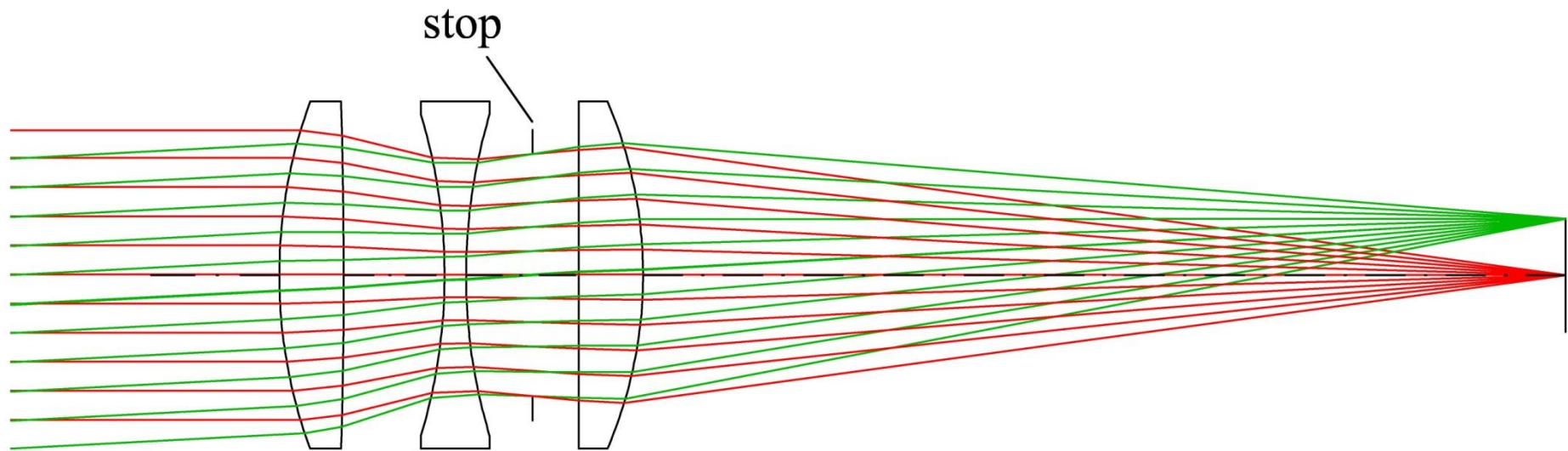


	Radius (mm)	THI (mm)	RMD	GLA	
OBJ:	INFINITY	INFINITY			
STO:	-1286.00000	-450.000000	REFL		
ASP:					
K :	-1.000000				<b>paraboloide</b>
A :	0.000000E+00	B :0.000000E+00	C :0.000000E+00	D :0.000000E+00	
2:	-568.00000	602.246546	REFL		
ASP:					
K :	-3.790000				<b>iperboloide</b>
A :	0.000000E+00	B :0.000000E+00	C :0.000000E+00	D :0.000000E+00	
IMG:	INFINITY				

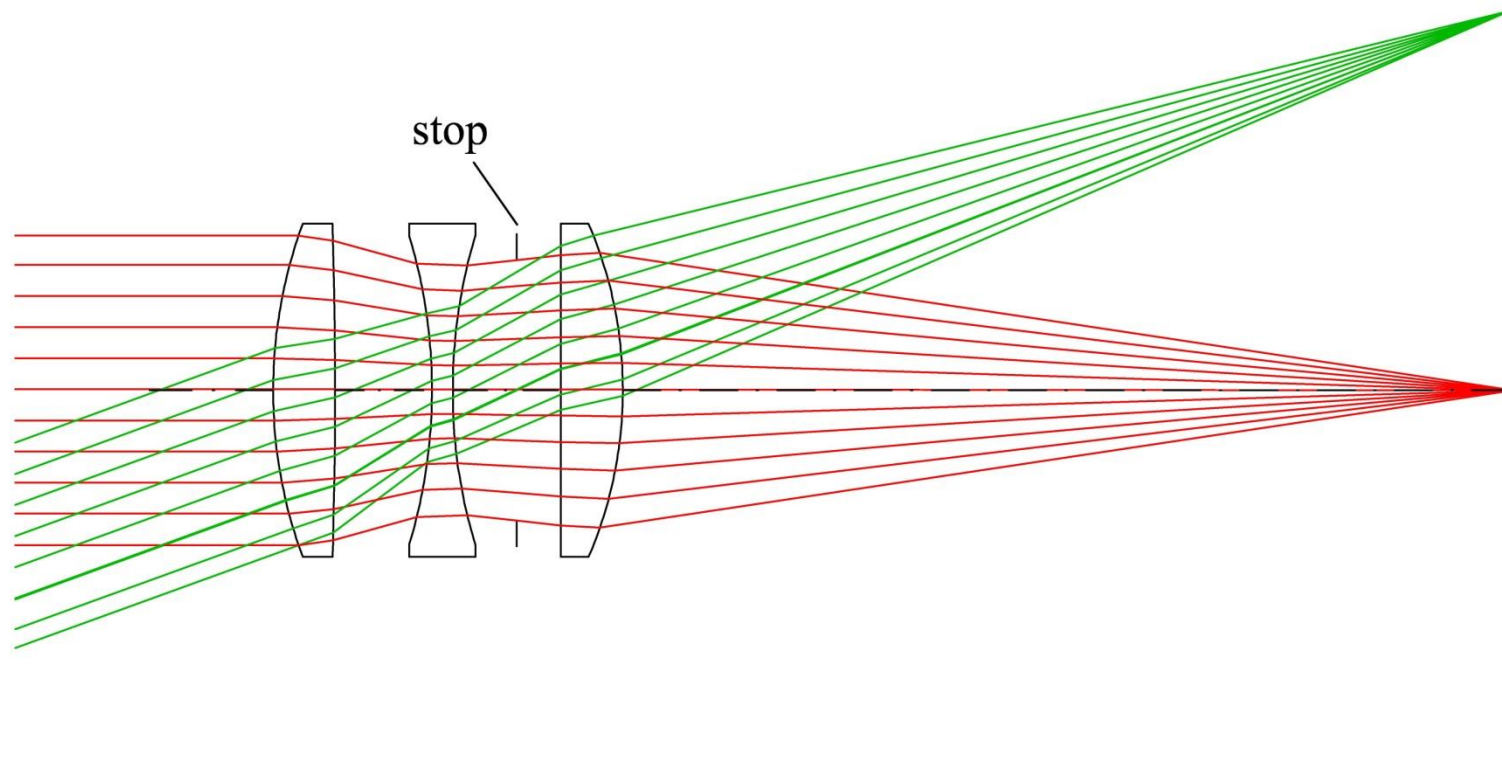
Lo **stop** di un sistema ottico centrato è il **diaframma** di forma circolare che limita la **massima** apertura del cono di raggi provenienti dal punto oggetto situato sull'**asse** del sistema ottico.



A volte, lo stop è posizionato tra due lenti, oppure appoggiato ad una superficie di una lente, o infine costituito dal bordo stesso di una lente.



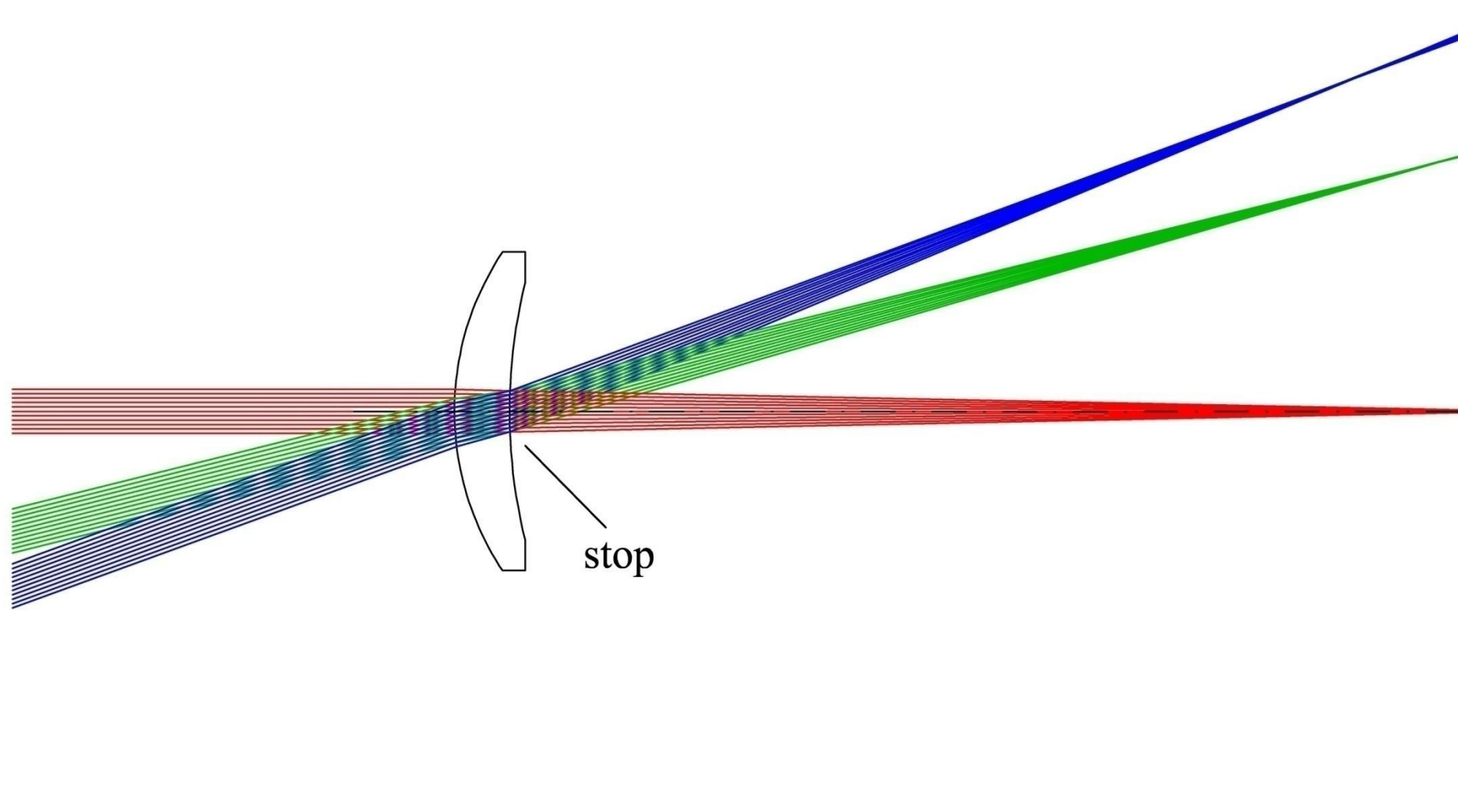
A causa delle dimensioni finite degli elementi che costituiscono il sistema ottico, al variare della sorgente puntiforme sulla superficie oggetto può accadere che l'apertura del cono di raggi sia **inferiore** a quella massima consentita dallo stop. In questo caso si dice che siamo in presenza di **vignettatura**.

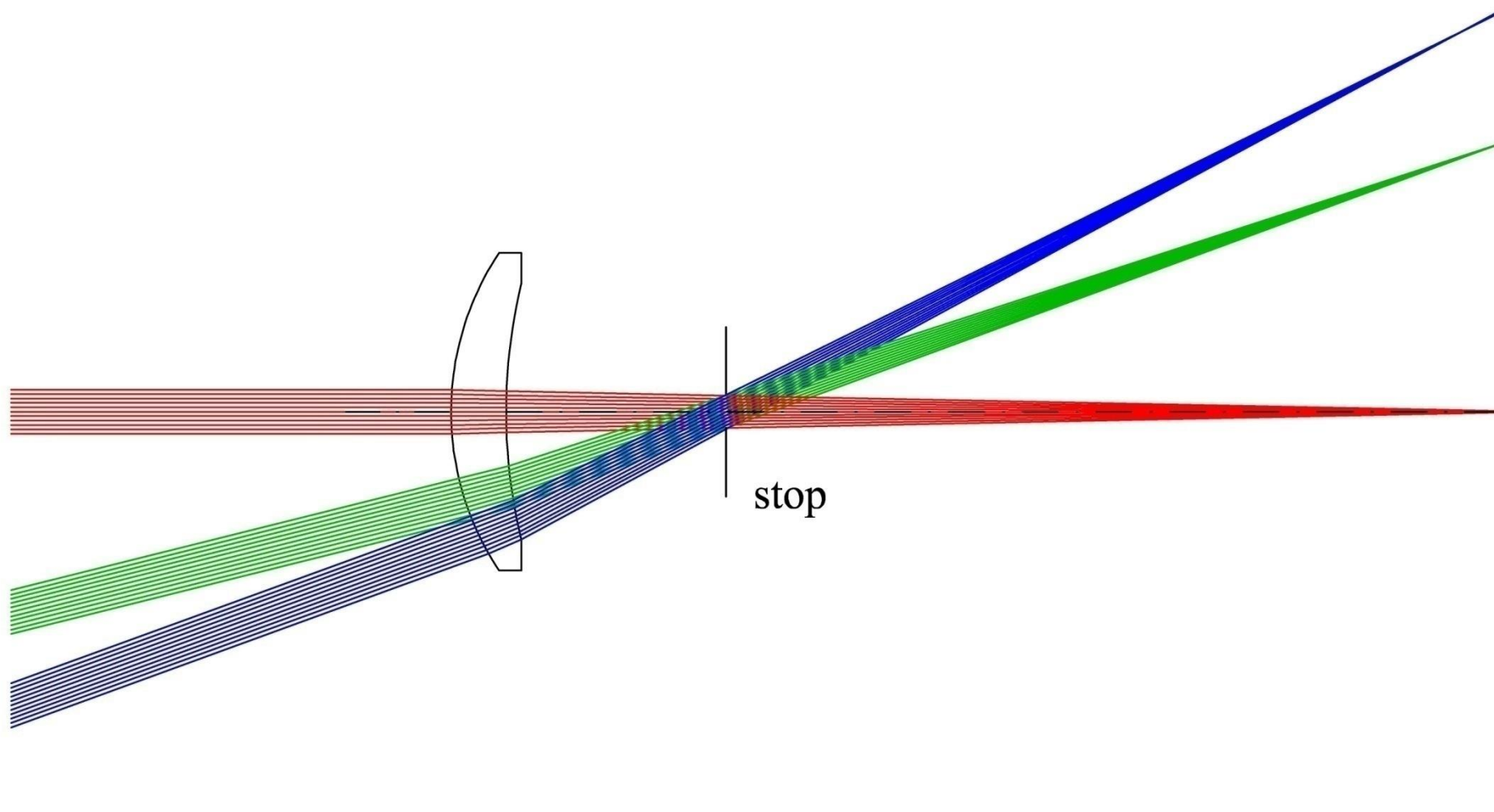


L'area dello stop di un sistema ottico, o la porzione illuminata di esso in caso di vignettatura, è direttamente proporzionale alla quantità di potenza, emessa da una sorgente puntiforme della superficie oggetto, che viene raccolta dal sistema ottico e focalizzata sulla superficie immagine.

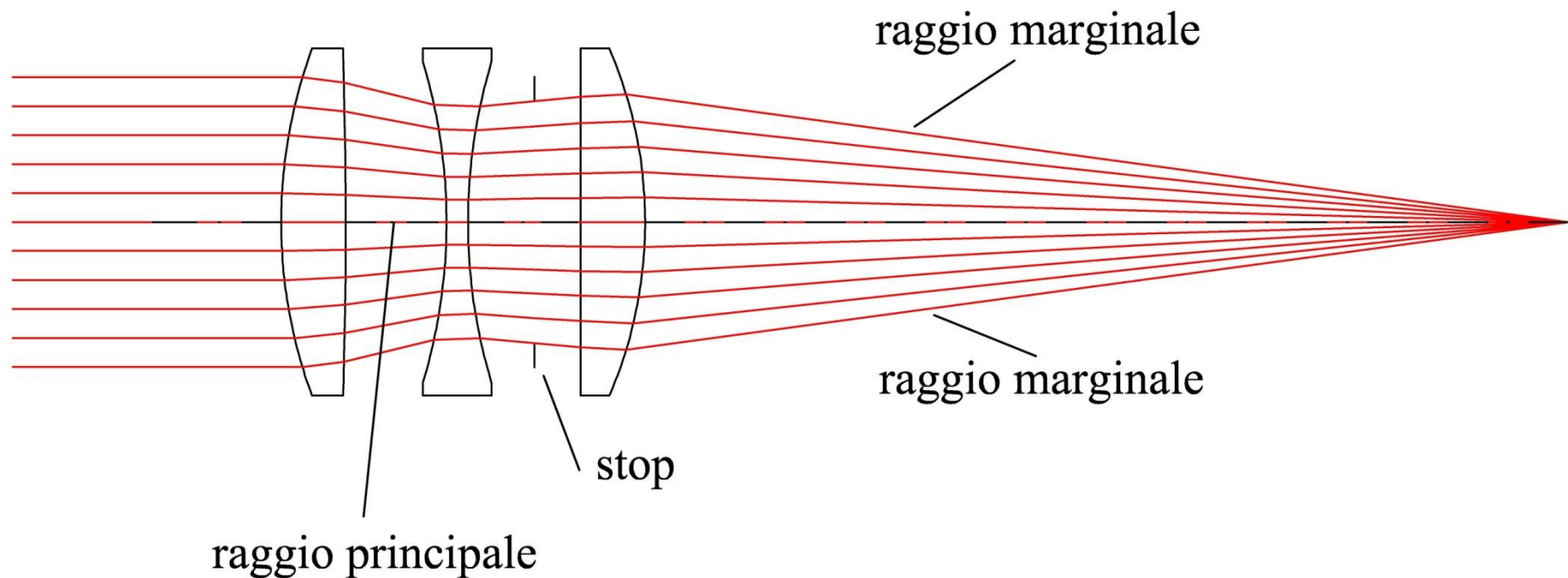
Il **posizionamento** dello stop all'interno del sistema ottico è un utile grado di libertà che permette di controllare la qualità dell'immagine e la dimensione dei componenti ottici, come è mostrato nelle due figure seguenti.



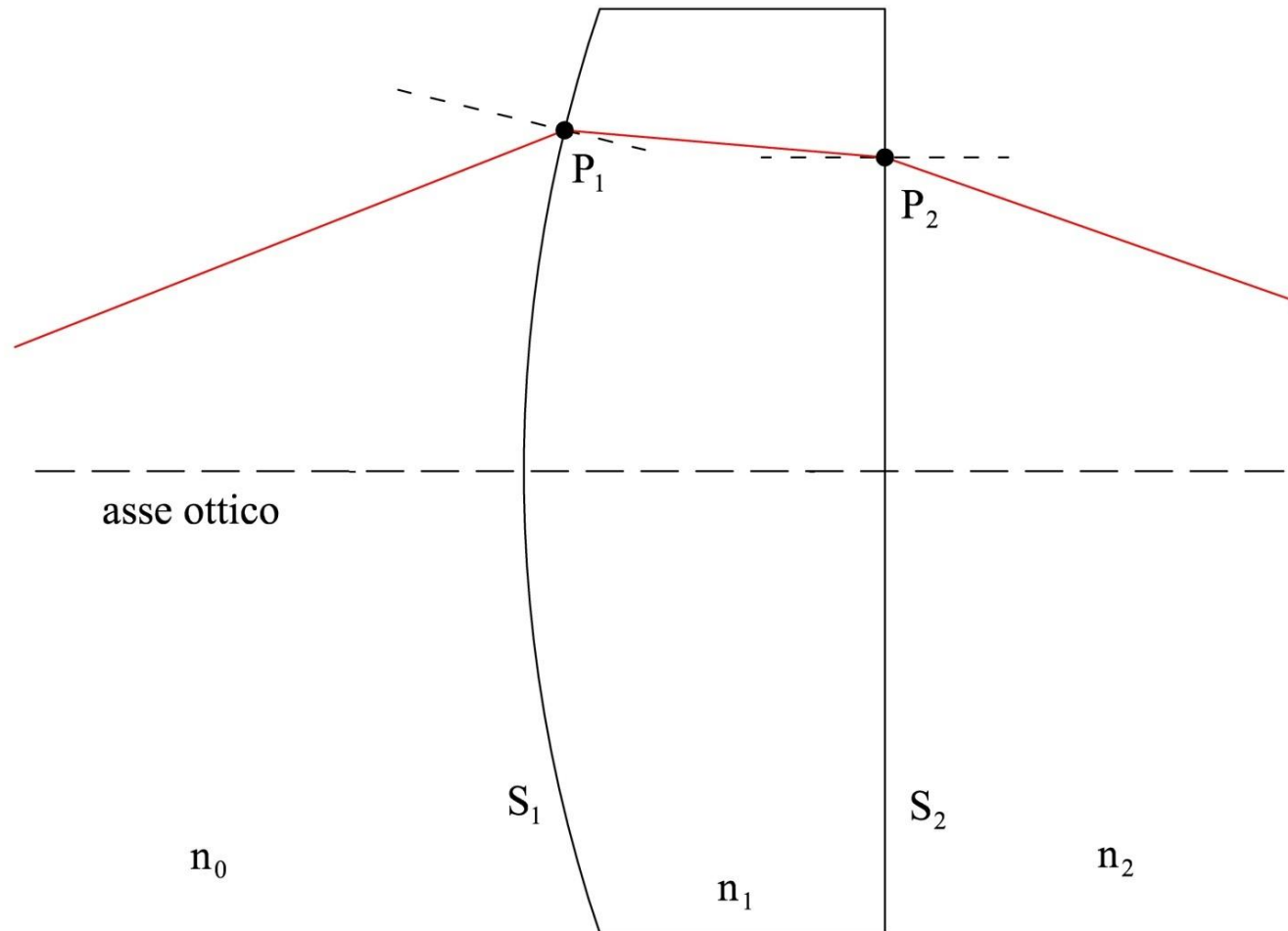




Ogni raggio che passa per il centro dello stop è detto **raggio principale**, mentre ogni raggio che passa sul bordo dello stop o della porzione di stop consentita è detto **raggio marginale**.



Consideriamo un generico sistema ottico centrato di cui, come indicato in figura,  $S_1$  ed  $S_2$  costituiscono le prime due superfici.



Nel mezzo di indice di rifrazione  $n_0$ , un raggio, complanare con l'asse ottico, incide su  $S_1$  nel punto  $P_1$ . Nella figura il piano del disegno coincide con il piano individuato dall'asse ottico e dal raggio. Essendo  $S_1$  una superficie assosimmetrica, la normale ad  $S_1$  in  $P_1$  apparterrà anch'essa al piano del disegno, come anche vi apparterrà, per la legge di Snell o della riflessione, il raggio rifratto o riflesso da  $S_1$ . Da ciò possiamo concludere che:

per un sistema ottico centrato, un raggio, complanare con l'asse ottico nel mezzo di indice di rifrazione  $n_0$ , permane a giacere sullo stesso piano dopo ogni rifrazione o riflessione sui diottri che compongono il sistema ottico.

In base a quanto ora detto, dato un sistema ottico centrato si definisce:

- **raggio meridiano** un raggio che è **complanare con l'asse ottico**;
- **raggio sghembo** un raggio che **non è complanare con l'asse ottico**. Nel fascio di piani contenenti l'asse ottico **non esiste** un piano che contiene quel raggio.