

## **CAPITOLO 2**

# **I RAGGI E LE LORO PROPRIETÀ**

Riflettendo sulla sensazione di calore che proviamo quando siamo esposti ad un intensa sorgente luminosa, ad esempio il Sole, è naturale pensare alla **luce come energia che si propaga**.

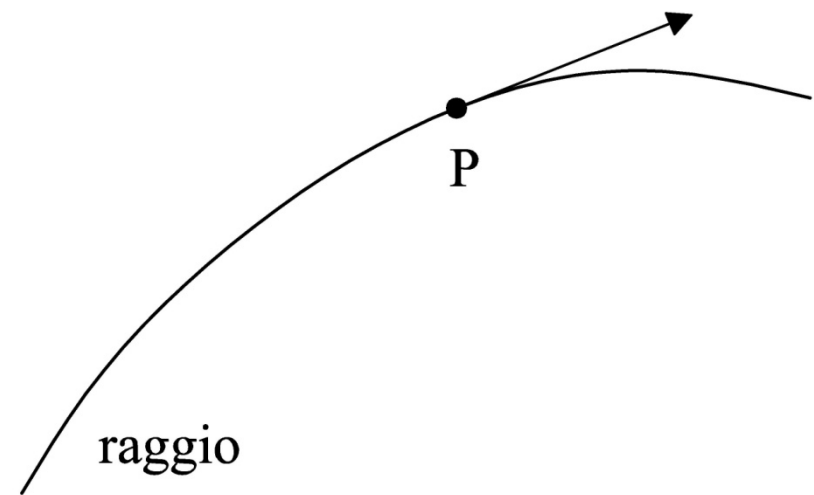
Il modello elettromagnetico precisa la **natura** di questa energia che è di tipo **elettromagnetico** e che, a differenza di altre forme di energia, si può propagare anche **nello spazio vuoto**.

Nell'ambito dell'Ottica Geometrica allora la **luce** è schematizzata come **energia elettromagnetica che si propaga**, e la sua propagazione viene descritta in termini di **raggi**.

Un raggio è una **linea matematica orientata** il cui versore tangente in ogni suo punto individua la direzione di propagazione dell'energia elettromagnetica.

Ad ogni raggio viene associata una **lunghezza d'onda nel vuoto  $\lambda$**  che caratterizza il colore della luce che si propaga lungo esso.

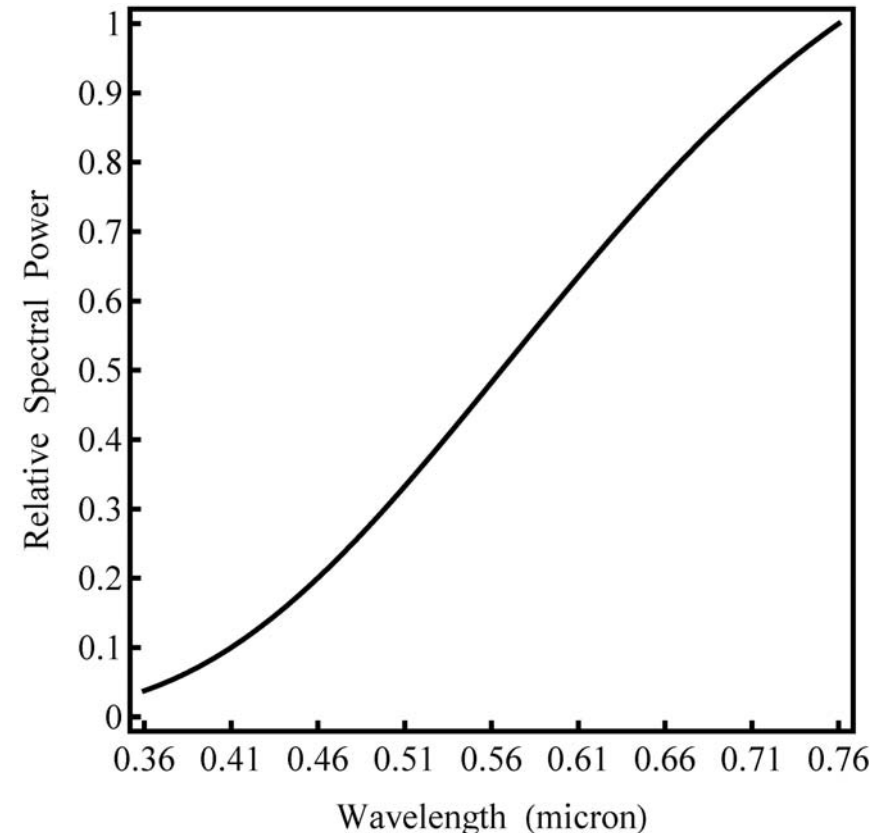
Un discorso a parte deve essere fatto per la **luce bianca**, cioè quella emessa dal Sole e da diversi tipi di lampade. La **luce bianca è una mescolanza di luce di tutti i colori.**



Lo **spettro** di una sorgente luminosa ci dice come **la potenza e. m.** emessa è **suddivisa tra i diversi colori**. Osservando lo spettro di una tipica lampada alogena si osserva che esso varia con continuità al variare di  $\lambda$  (**spettro continuo**).

In Ottica Geometrica la luce bianca è quindi schematizzata scegliendo un numero discreto di lunghezze d'onda caratteristiche del suo spettro, ed assegnando per ciascuna di queste  $\lambda$  i raggi che individuano

la propagazione dell'energia e. m. associata a tali lunghezze d'onda.



Spettro di una tipica lampada alogena

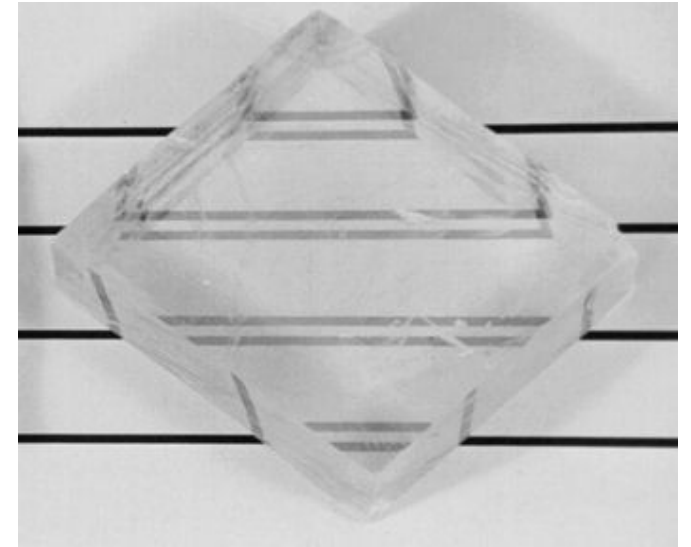
Un mezzo è **trasparente** per la luce quando questa, propagandosi in esso, si attenua in modo trascurabile.

Un mezzo è **omogeneo** quando le sue proprietà ottiche sono uguali in tutti i suoi punti.

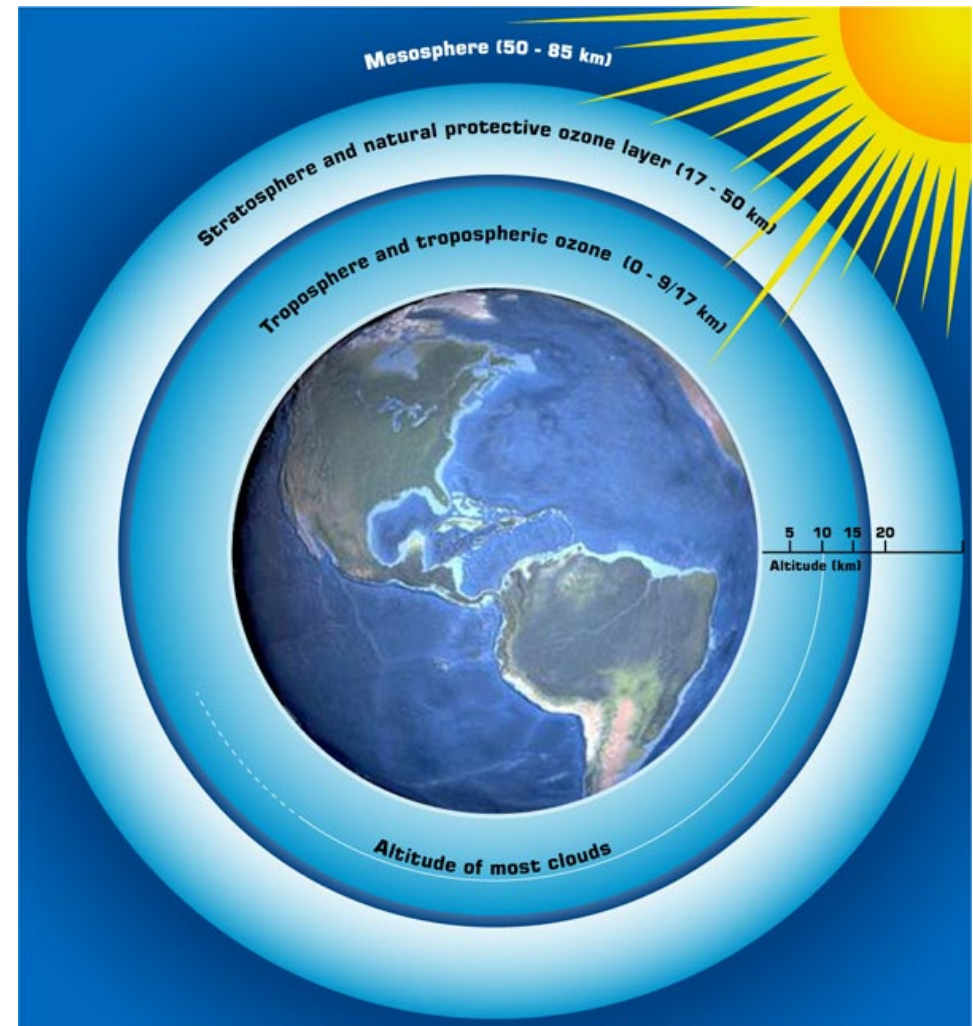
Un mezzo è **isotropo** quando non presenta proprietà di birifrangenza o similari.

L'aria, l'acqua, il vuoto, i vetri e le plastiche utilizzate per le lenti di un sistema ottico sono esempi di materiali **trasparenti, omogenei e isotropi**.

La **calcite** ( $\text{CaCO}_3$ ) è un esempio di cristallo trasparente, omogeneo ma **non isotropo**. Quando un pezzo di calcite è appoggiato su un foglio di carta su cui è disegnata una linea, guardando attraverso la calcite si possono osservare due linee. Questo fenomeno è noto come **birifrangenza**, e la calcite viene descritta come un **cristallo birifrangente**.



Un esempio di mezzo trasparente, isotropo ma **non omogeneo** è dato dalla nostra **atmosfera**. Le sue proprietà ottiche variano radialmente allontanandosi dalla superficie terrestre. Infatti allontanandosi radialmente dalla superficie terrestre si passa con continuità dall'aria che respiriamo allo spazio vuoto.



La luce si propaga nel **vuoto** ad una velocità pari a:

$$c = 299792458 \text{ m/sec}$$

**qualunque** sia la sua lunghezza d'onda  $\lambda$ . In un mezzo trasparente omogeneo ed isotropo la velocità della luce risulta **minore** di  $c$  ed inoltre varia al variare di  $\lambda$  (**dispersione della luce**).

L'**indice di rifrazione assoluto**  $n(\lambda)$  di un mezzo trasparente omogeneo ed isotropo alla lunghezza d'onda  $\lambda$  è definito dal rapporto:

$$n(\lambda) = \frac{c}{v(\lambda)}$$

dove  $v(\lambda)$  è la velocità di propagazione della luce di lunghezza d'onda  $\lambda$  nel mezzo considerato.



Nel caso del **vuoto** risulta, per definizione:

$$n(\lambda) = 1$$

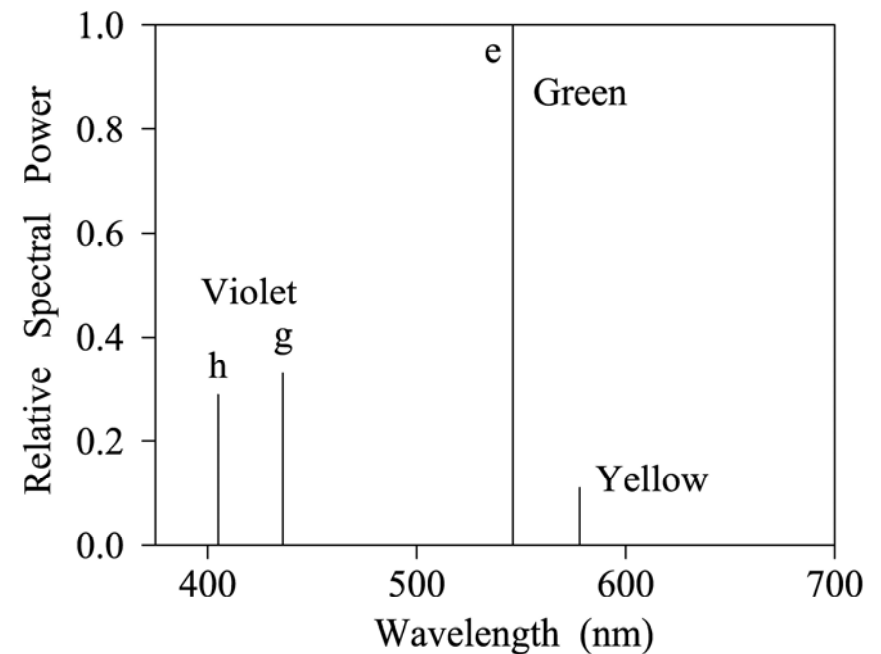
per **qualsunque** valore della lunghezza d'onda.

Generalmente l'indice di rifrazione dei vetri e delle plastiche ottiche viene misurato per alcune lunghezze d'onda indicate in tabella.

$\lambda$ (nm)	Sigla	Colore	Elemento	$\lambda$ (nm)	Sigla	Colore	Elemento
404.7	h	violetto	mercurio	587.6	d	giallo	elio
435.8	g	violetto	mercurio	589.3	D	giallo	sodio
480.0	F'	blu	cadmio	643.8	C'	rosso	cadmio
486.1	F	blu	idrogeno	656.3	C	rosso	idrogeno
546.1	e	verde	mercurio	706.5	r	rosso	elio

La scelta di queste particolari lunghezze d'onda è motivata dal fatto che è stato possibile realizzare delle sorgenti, le **lampade spettrali**, che emettono a quelle precise lunghezze d'onda un **quantitativo sufficiente di potenza**. Infatti, mentre nel caso di una lampada alogena la potenza emessa è suddivisa su un continuo di  $\lambda$ , per una lampada spettrale la sua potenza è suddivisa su un insieme discreto e generalmente piccolo di  $\lambda$ .

Spettro di una lampada spettrale a bassa pressione al mercurio



Le lampade spettrali sono delle lampade in cui una scarica elettrica viene indotta lungo un tubo dove è presente l'elemento chimico, che caratterizza la lampada stessa, sotto forma di vapore **a bassa pressione**

Le sigle utilizzate per denominare le lunghezze d'onda riportate in tabella sono state attribuite da **Joseph von Fraunhofer**, un noto fisico tedesco che agli inizi del 1800 le catalogò.



Tipica lampada spettrale (Philips 93123E)

			Indice di rifrazione				
Sigla	$\lambda$ (nm)	Colore	NSF4	NBK7	PMMA	Acqua	Aria
h	404.7	violetto	1.807	1.530	1.507	1.343	1.0003
g	435.8	violetto	1.792	1.527	1.503	1.340	1.0003
F'	480.0	blu	1.777	1.523	1.498	1.338	1.0003
F	486.1	blu	1.775	1.522	1.498	1.337	1.0003
e	546.1	verde	1.762	1.519	1.494	1.335	1.0003
d	587.6	giallo	1.755	1.517	1.492	1.333	1.0003
D	589.3	giallo	1.755	1.517	1.492	1.333	1.0003
C'	643.8	rosso	1.748	1.515	1.490	1.332	1.0003
C	656.3	rosso	1.747	1.514	1.489	1.331	1.0003
r	706.5	rosso	1.743	1.513	1.488	1.330	1.0003
Densità (gr/cm <sup>3</sup> )			3.15	2.51	1.2	1.00	0.0013

Indice di rifrazione per alcuni tipici materiali.

In tabella è riportato, al variare della lunghezza d'onda, l'indice di rifrazione per alcuni tipici materiali ottici. In particolare, sono stati considerati i due vetri NBK7 ed NSF4 della ditta Schott, la plastica polimetilmetacrilato (PMMA), l'acqua pura e l'aria secca alla temperatura 20 C° ed alla pressione di 1013.25 hPa (= 1 atm). Dalla tabella si possono dedurre le seguenti osservazioni:

- L'indice di rifrazione risulta  $\geq 1$  e quindi  $v \leq c$ .
- Per l'**aria** l'effetto della **dispersione** è generalmente **trascurabile** (presente solo oltre la quarta cifra decimale).
- L'indice di rifrazione dell'aria differisce da quello del vuoto solo per tre unità sulla quarta cifra decimale. **Generalmente**, ma non sempre, questa differenza è trascurabile e quindi in seguito **l'indice di rifrazione dell'aria sarà considerato uguale all'unità**.

- Per gli altri materiali invece si osserva che **l'indice di rifrazione diminuisce all'aumentare di  $\lambda$ , cioè passando dal violetto al rosso.**
- **La variazione dell'indice di rifrazione è più rapida vicino al violetto che non al rosso.**
- A parità di lunghezza d'onda, **all'aumentare della densità del materiale, aumenta l'indice di rifrazione**, ovvero la luce si propaga più lentamente in un mezzo più denso.
- L'effetto della **dispersione aumenta passando dall'aria al NSF4.**

Dispersione principale	NSF4	NBK7	PMMA	Acqua	Aria
$n_F - n_C$	0.028	0.008	0.009	0.006	0

Per valutare la dispersione di un vetro ottico o plastica è comune utilizzare il **numero di Abbe**  $\nu_d$ , definito dalla seguente relazione:

$$\nu_d = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C} .$$

**Maggiore** è la dispersione introdotta da un materiale ottico, **minore** è il suo numero di Abbe.

	NSF4	NBK7	PMMA	Acqua
$\nu_d$	27	64	57	56
$n_d$	1.755	1.517	1.492	1.333
TIPO	flint	crown	crown	crown

Come mostrato nella seguente tabella, in funzione del valore di  $n_d$  e di  $\nu_d$ , i vetri ottici si suddividono in due diverse tipologie: i **vetri crown** e i **vetri flint**:

$n_d < 1.60$	
$\nu_d < 55$	$\nu_d > 55$
flint	crown

$n_d > 1.60$	
$\nu_d < 50$	$\nu_d > 50$
flint	crown

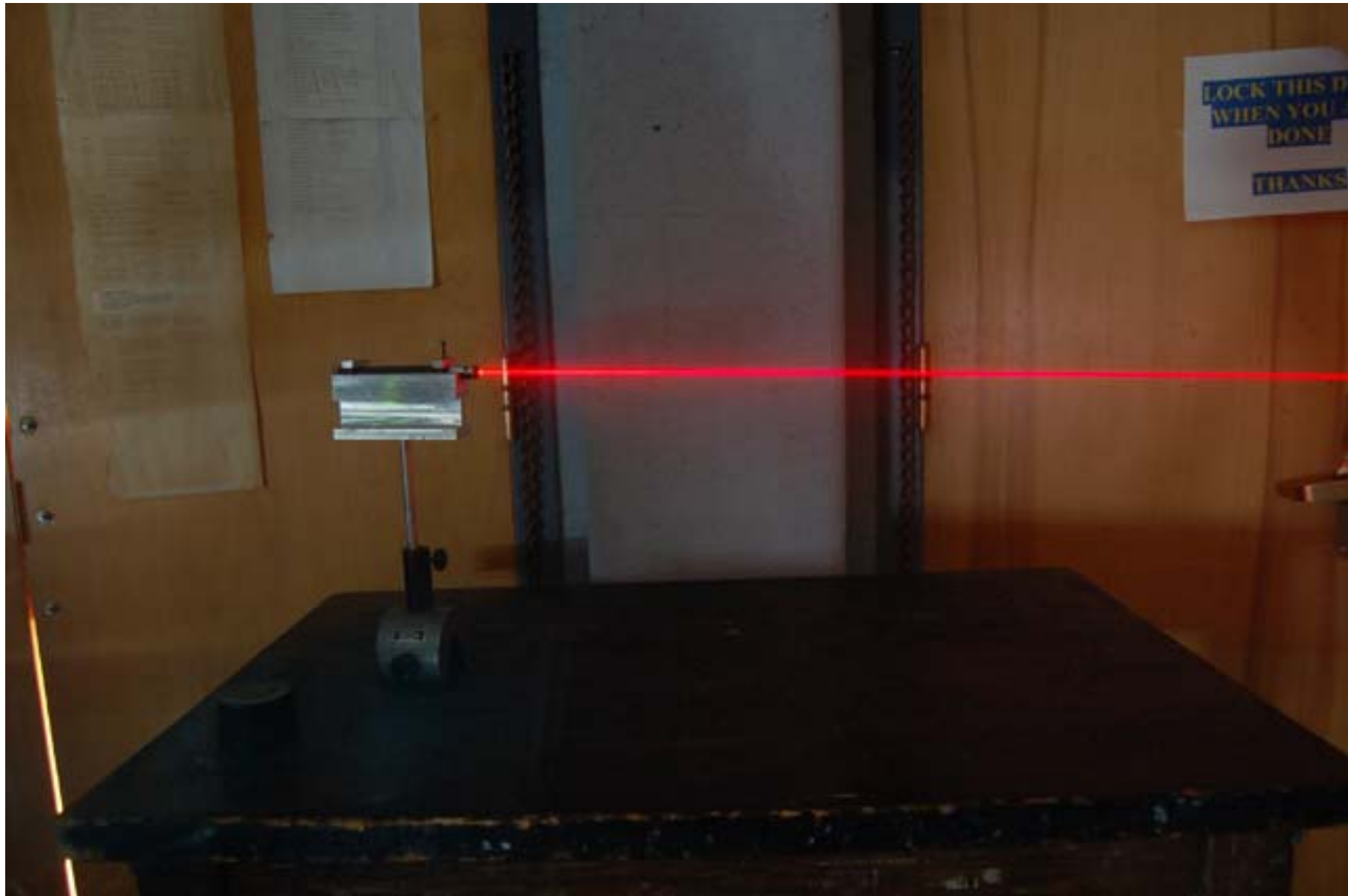
I vetri flint, come NSF4, sono vetri ad **alta dispersione**, mentre i vetri crown, come NBK7, sono vetri a **bassa dispersione**.



Quando del particolato permette di visualizzare un fascio di luce, appare subito evidente come la luce si propaghi in modo **rettilineo** nell'aria.

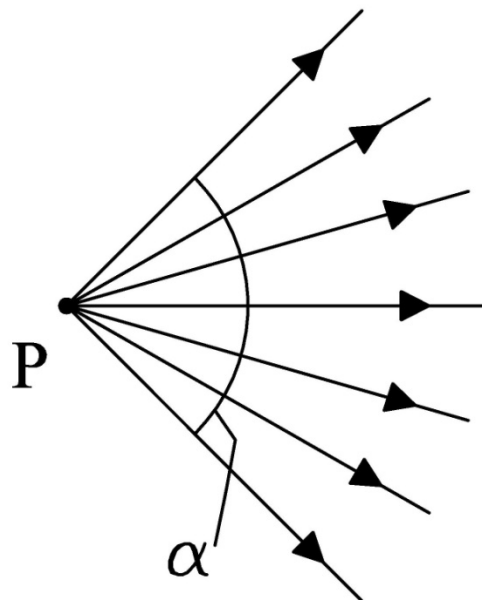




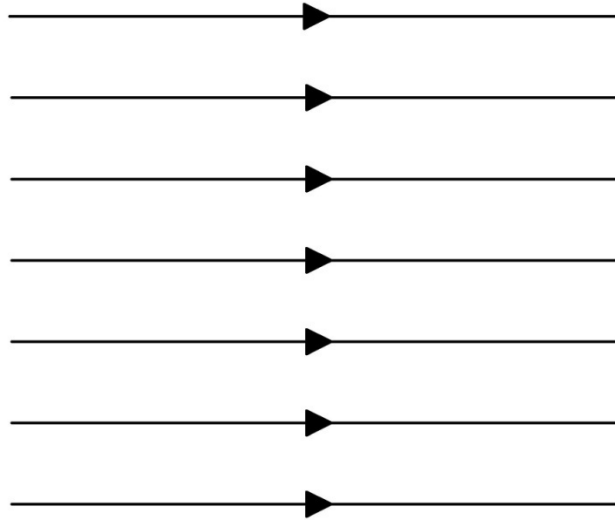


Il modello elettromagnetico tiene conto di questo comportamento della luce in aria enunciando la **legge della propagazione rettilinea della luce**:

**In un mezzo trasparente omogeneo ed isotropo i raggi sono segmenti orientati di linea retta.**

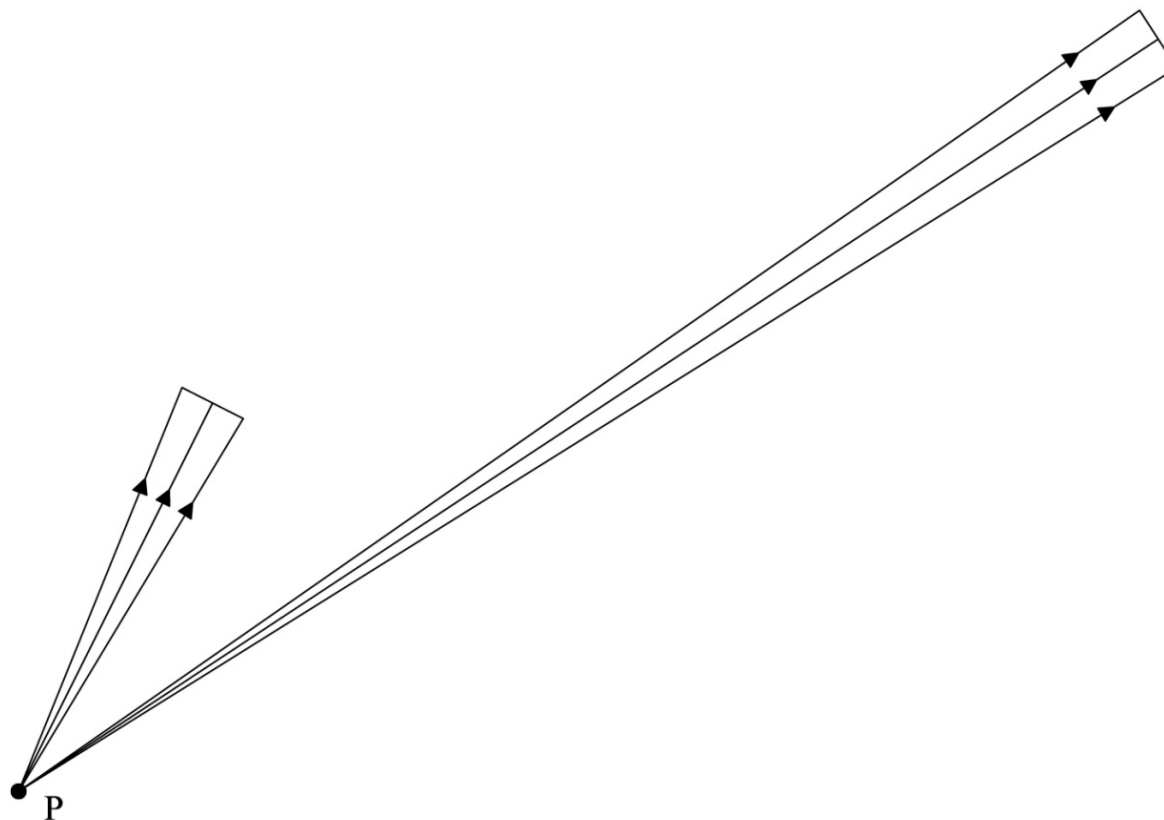


In figura è rappresentata, in termini di raggi, una **sorgente luminosa puntiforme** che emette luce in un cono di apertura  $\alpha$ .



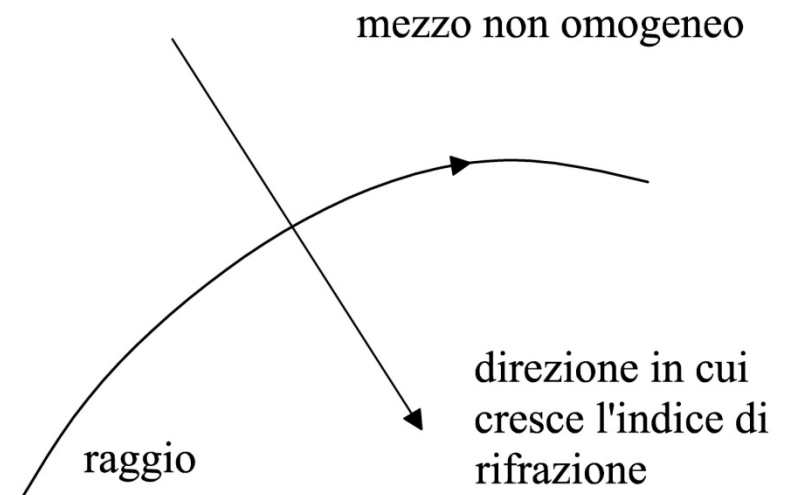
In figura è rappresentata la luce emessa da una sorgente puntiforme posta in un punto molto distante dalla zona di osservazione dei raggi (**sorgente puntiforme all'infinito**). Per comprendere meglio questo concetto, consideriamo i raggi emessi da una sorgente puntiforme P, che vengono intercettati da un foglio di carta. Quando la distanza del foglio dalla sorgente diventa molto maggiore della dimensione dello stesso foglio,

quest'ultimo intercetta solo i raggi che sono molto prossimi al raggio che passa per il centro del foglio. Quindi, in questo caso, possiamo ritenere che i raggi che incidono sul foglio di carta siano praticamente paralleli.



Il modello elettromagnetico inoltre dimostra che:

**In un mezzo trasparente isotropo e non omogeneo i raggi sono dei segmenti orientati di linea curva, la cui concavità è rivolta verso la zona dove il mezzo possiede indice di rifrazione maggiore.**

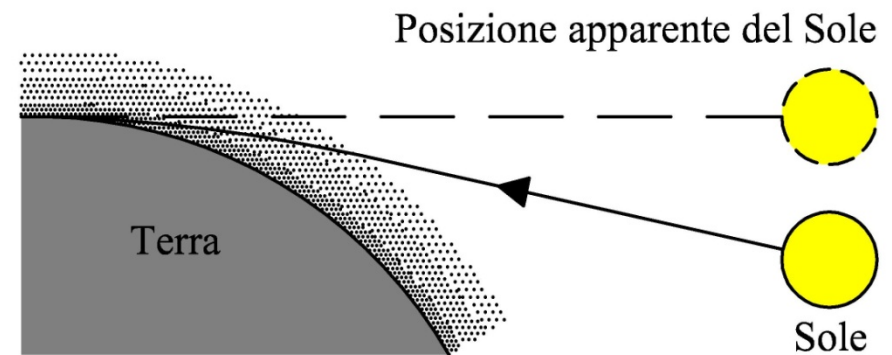




Un esempio, a noi molto vicino, di mezzo non omogeneo è fornito dalla nostra **atmosfera**. L'indice di rifrazione di questa **diminuisce radialmente** dal valore di **1.0003** sulla superficie terrestre fino ad arrivare esattamente all'**unità** al di fuori dell'atmosfera (spazio vuoto).

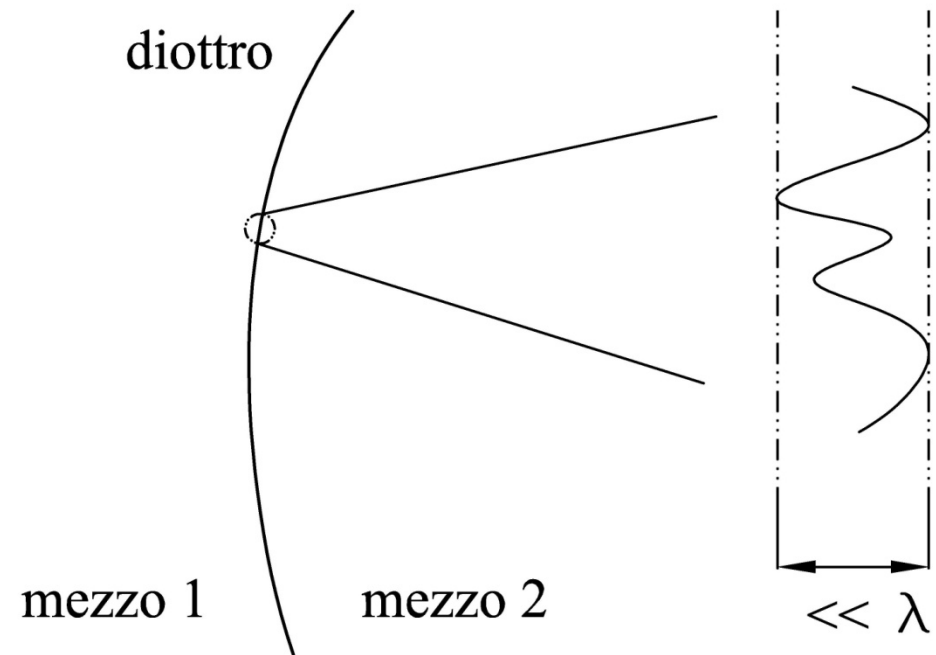
La legge sopra enunciata, permette facilmente di spiegare come sia possibile al tramonto continuare a vedere il Sole pur essendo quest'ultimo ben al di sotto dello orizzonte.

Osserviamo inoltre come in questo caso **non** sia possibile approssimare l'indice di rifrazione dell'aria con il valore unitario.



Un **diottro** è una superficie **lucida otticamente** che separa due mezzi aventi proprietà ottiche **diverse**.

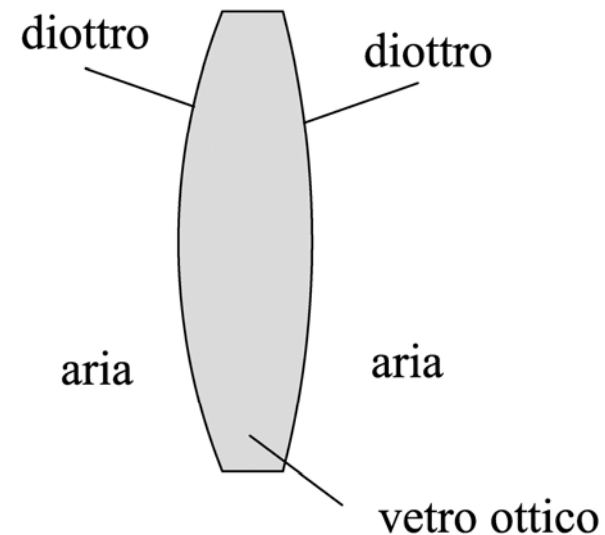
**Lucida otticamente** vuol dire che la sua **rugosità** è molto minore della lunghezza d'onda  $\lambda$  considerata.



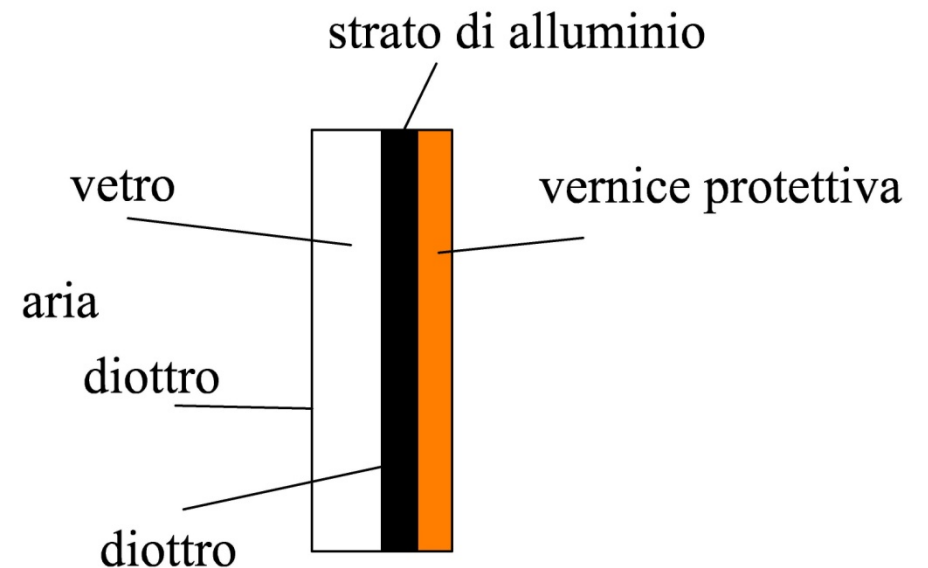
Un diottro può separare:

- **due** mezzi trasparenti omogenei ed isotropi aventi **diverso** indice di rifrazione
- un mezzo **trasparente** omogeneo ed isotropo ed un mezzo **non trasparente**.

Ad esempio, una lente biconvessa posta in aria è costituita da due diottri che separano il vetro ottico dall'aria.



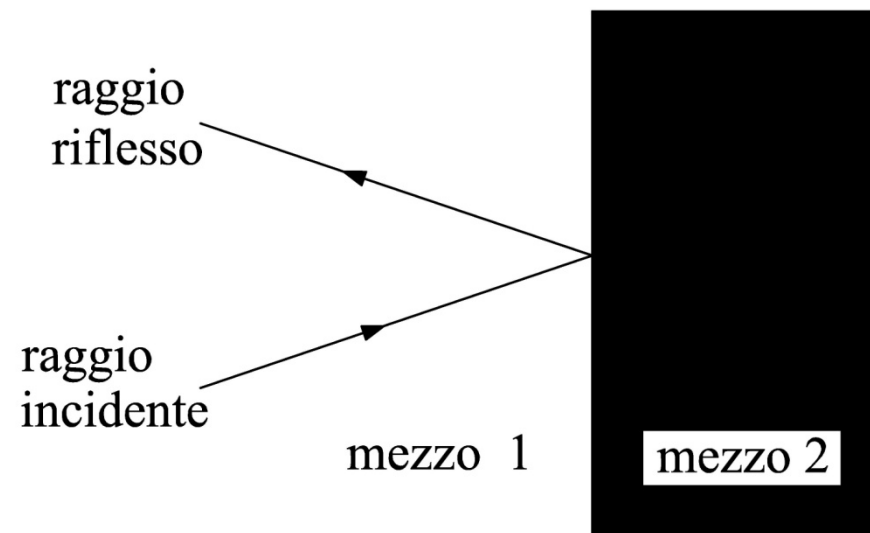
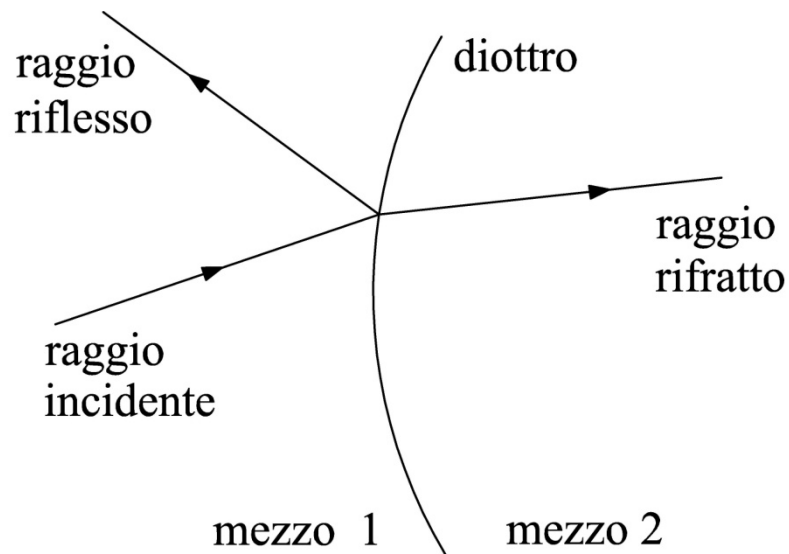
Un ulteriore esempio è dato da uno specchio piano che comunemente usiamo in casa. Lo specchio piano è costituito da due diottri piani: il primo che separa l'aria dal vetro, ed il secondo che separa il vetro dallo strato di alluminio.



Quando della luce, propagandosi nel mezzo 1, incide sul diottro si osserva che parte dell'energia e. m. continua a propagarsi nel mezzo 1 ma allontanandosi dal diottro, mentre la restante parte dell'energia e.m. incidente sul diottro attraversa quest'ultimo e si propaga nel mezzo 2. Quando il secondo mezzo non è trasparente, come ad esempio l'alluminio di uno specchio, la propagazione in esso avviene solo per un sottile strato di materiale, dello spessore di poche  $\lambda$ , nel quale l'energia e. m. viene trasformata in calore.

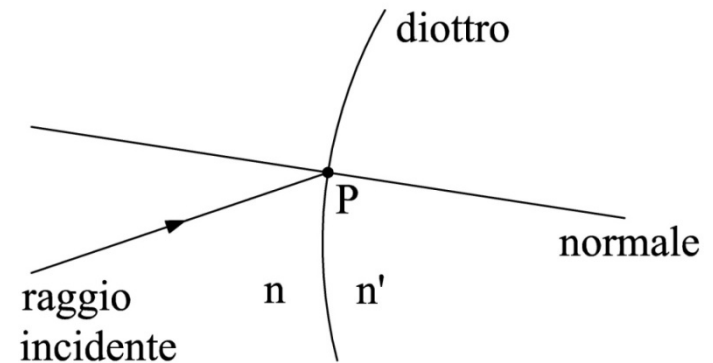


**In termini di raggi** possiamo dire che nel caso di un **diottro** che separa **due mezzi omogenei, isotropi e trasparenti**, ad un **raggio incidente** sul diottro corrisponde generalmente **un raggio riflesso** ed **un raggio rifratto**. Nel caso in cui il mezzo 2 **non è trasparente**, si associa al raggio incidente solo **il raggio riflesso**.



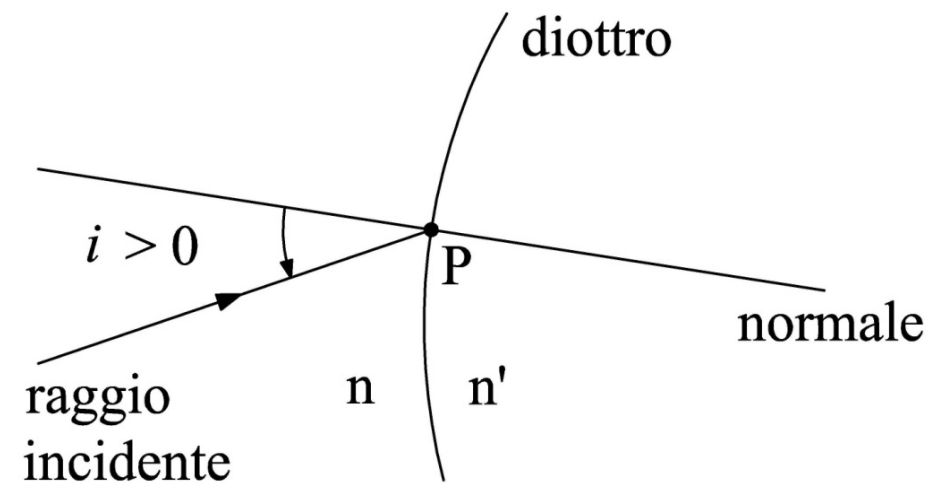
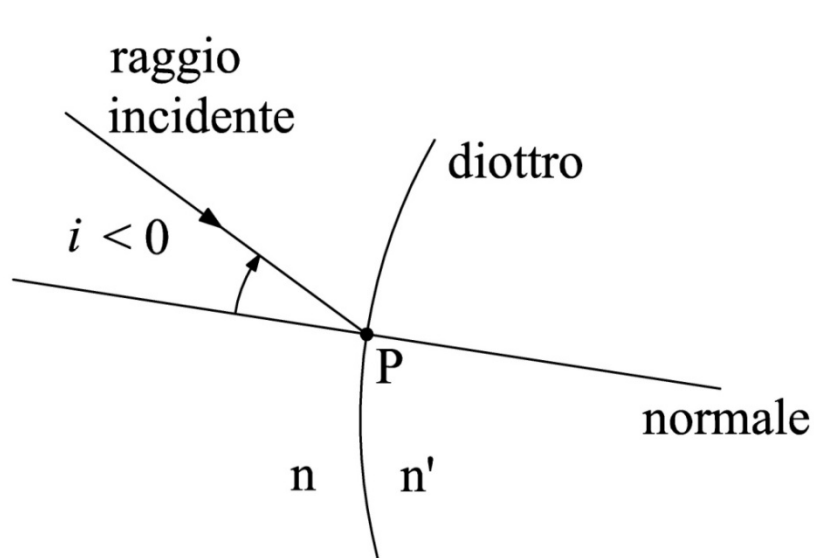
La **legge della riflessione e della rifrazione**, detta quest'ultima anche **legge di Snell**, permettono di determinare la direzione del raggio riflesso e del raggio rifratto.

Consideriamo un diottro che separa due mezzi omogenei, isotropi e trasparenti ed un raggio incidente che incide sul diottro nel punto P, che è detto **punto di incidenza**. Sia  $\lambda$  la lunghezza d'onda associata al raggio



incidente e siano  $n$  ed  $n'$  rispettivamente l'indice di rifrazione del primo mezzo, quello contenente il raggio incidente e del secondo mezzo alla lunghezza d'onda di interesse. Considerata la **normale** al diottro nel punto d'incidenza P, il piano individuato dal raggio incidente e dalla normale è detto **piano di incidenza**. Nella figura il piano di incidenza coincide con il piano del foglio.

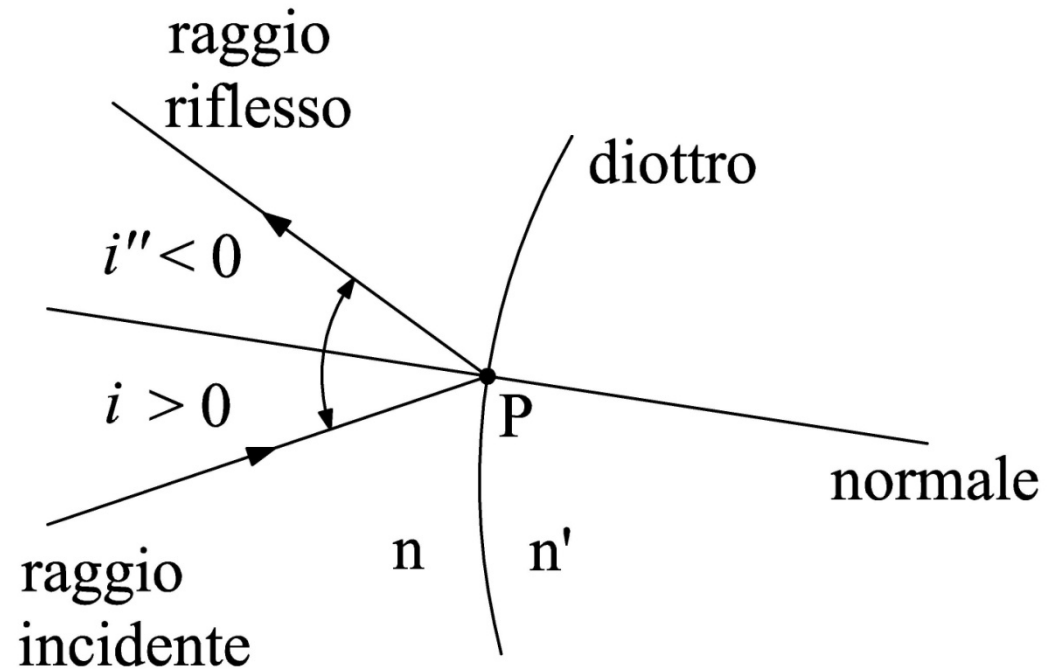
L'angolo acuto  $i$  che il raggio incidente forma con la normale è detto **angolo di incidenza**. Esso si misura a partire dalla normale ed è **positivo** nel verso **antiorario**.





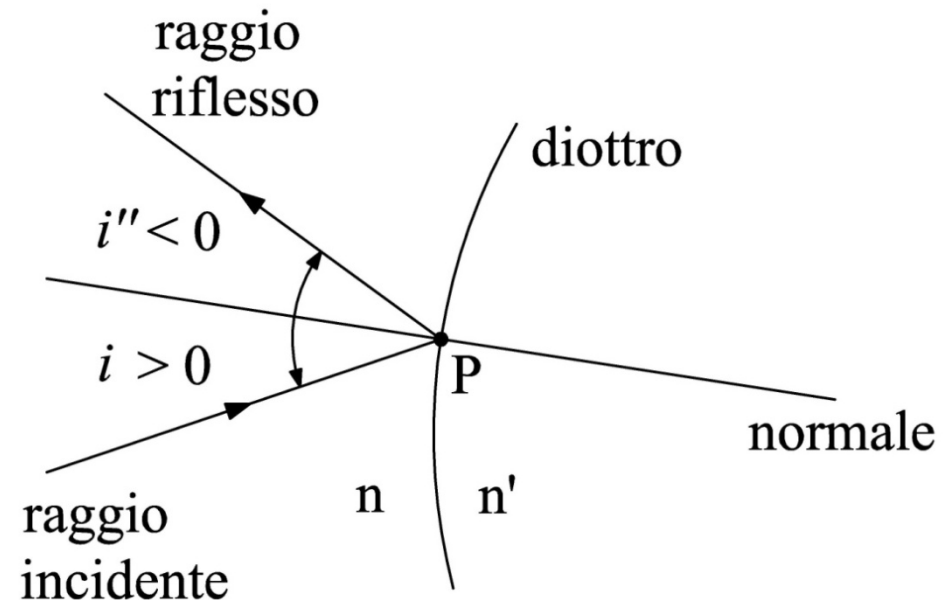
La **legge della riflessione** stabilisce che:

- il raggio riflesso si trova nello stesso mezzo ottico in cui si trova il raggio incidente;
- il verso del raggio riflesso è tale da indicare un flusso di energia e. m. che si allontana dal diottro;
- il raggio riflesso passa per il punto di incidenza P;



➤ il raggio riflesso giace nel piano di incidenza;

➤ l'angolo acuto  $i''$  che il raggio riflesso forma con la normale al diottro, passante per P, è detto **angolo di riflessione** ed anche esso si misura a partire dalla normale ed è positivo nel verso antiorario;

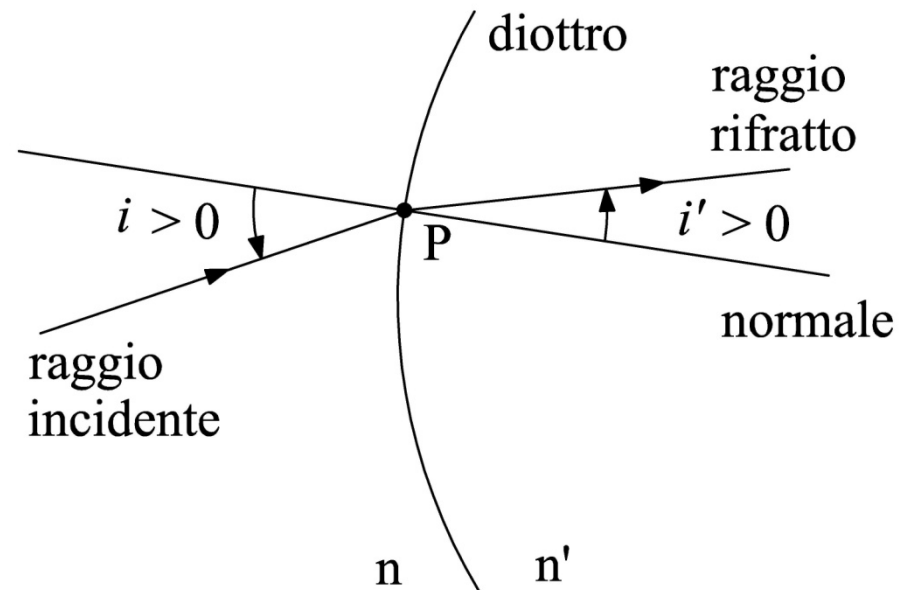


➤ l'angolo di riflessione è uguale all'angolo di incidenza cambiato di segno

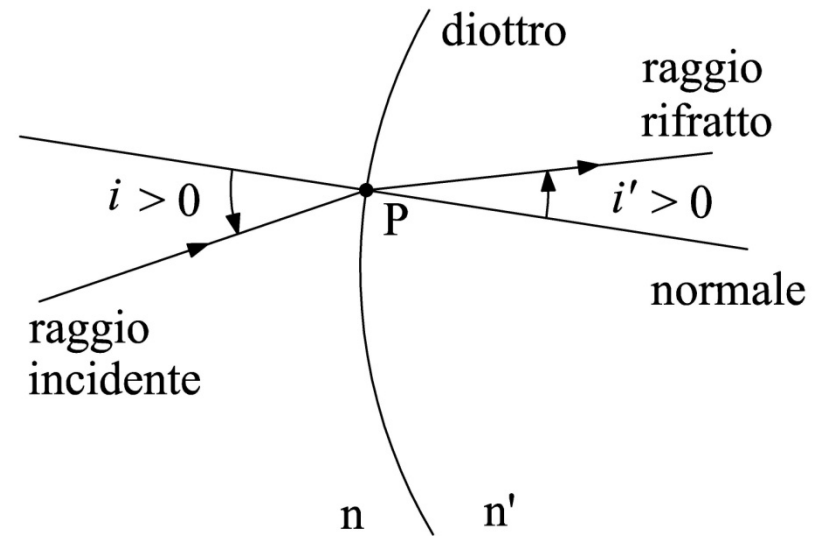
$$i'' = -i.$$

La **legge della rifrazione** stabilisce che:

- il raggio rifratto **non** si trova nello stesso mezzo ottico dove si trova il raggio incidente;
- il verso del raggio rifratto è tale da indicare un flusso di energia e. m. che si allontana dal diottro;
- il raggio rifratto passa per il punto di incidenza P;



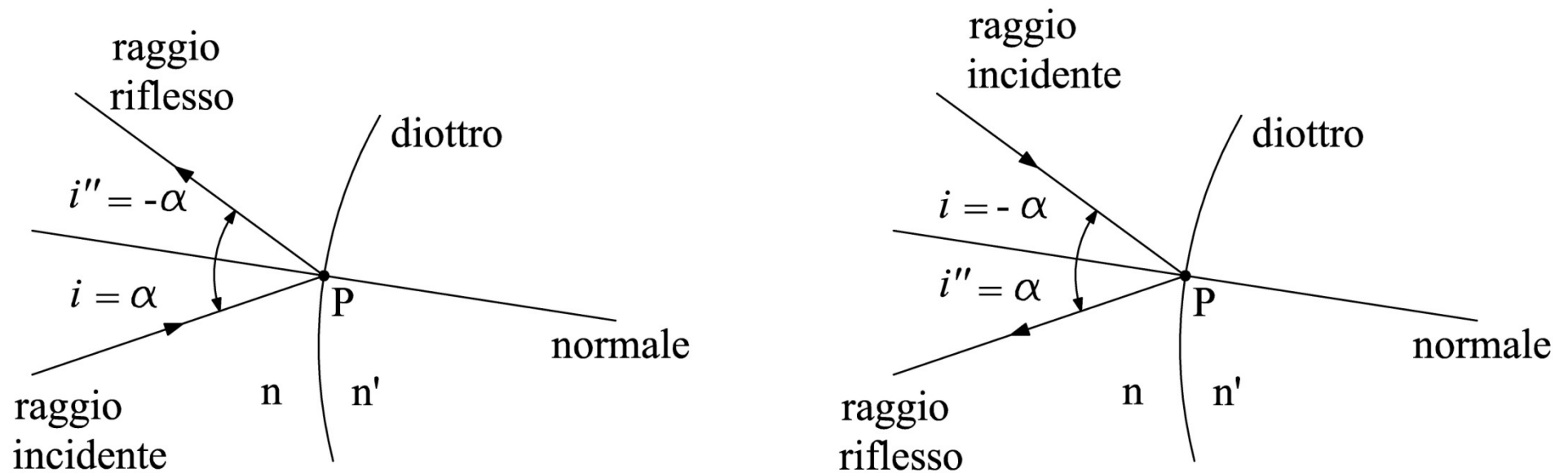
- il raggio rifratto giace nel piano di incidenza (raggio incidente, riflesso, rifratto e normale sono **complanari**);
- l'angolo acuto  $i'$  che il raggio rifratto forma con la normale al diottro passante per P è detto **angolo di rifrazione** ed anch'esso si misura a partire dalla normale ed è positivo nel verso antiorario;
- l'angolo di rifrazione  $i'$  è tale che:

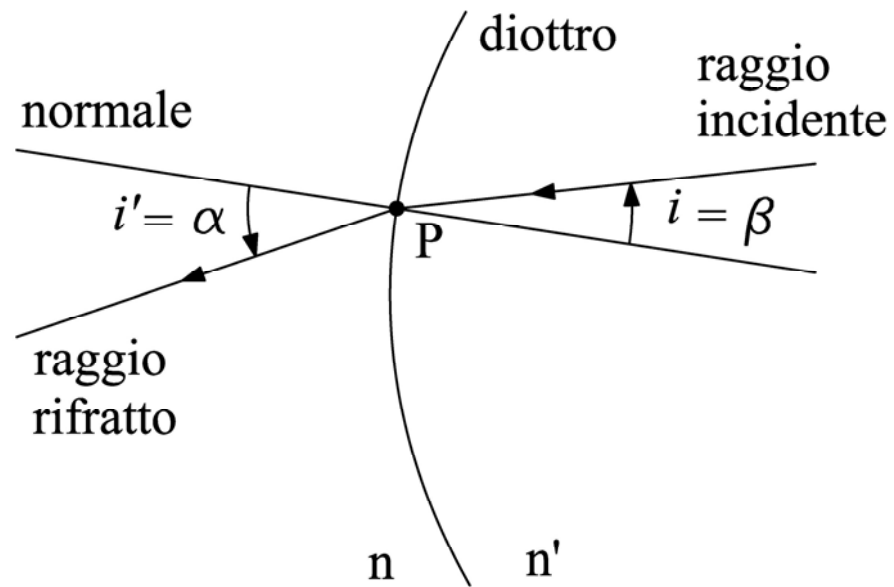
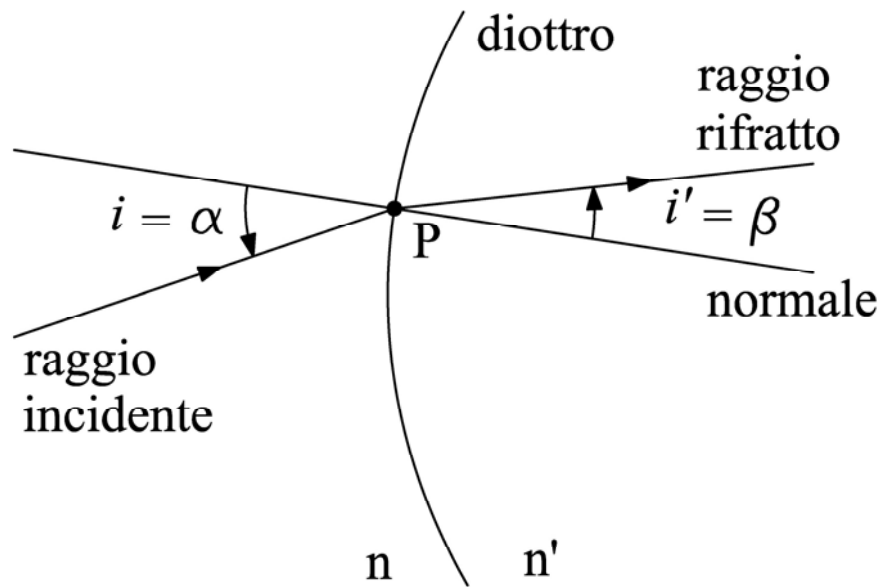


$$n' \sin i' = n \sin i .$$

Una prima osservazione che possiamo fare sulla legge della riflessione e rifrazione ci conduce al **principio di reversibilità**.

Se nella riflessione o nella rifrazione invertiamo il verso di propagazione, la luce ripercorre a ritroso il suo cammino

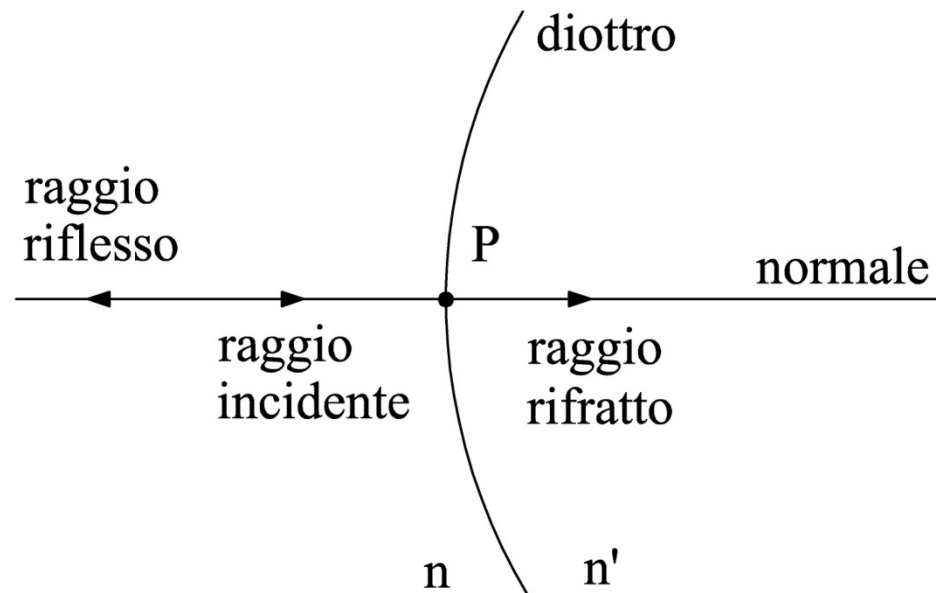




$$n \sin \alpha = n' \sin \beta$$

## Incidenza normale

Quando un raggio incide su di un diottro lungo la normale ( $i = 0$ ) il raggio riflesso si allontana dal diottro lungo la normale ( $i'' = -i = 0$ ) e **qualunque** siano i due indici di rifrazione  $n$  ed  $n'$  anche il raggio rifratto si allontana dal diottro lungo la normale ( $n' \sin i' = n \sin i = 0 \Rightarrow i' = 0$ ).



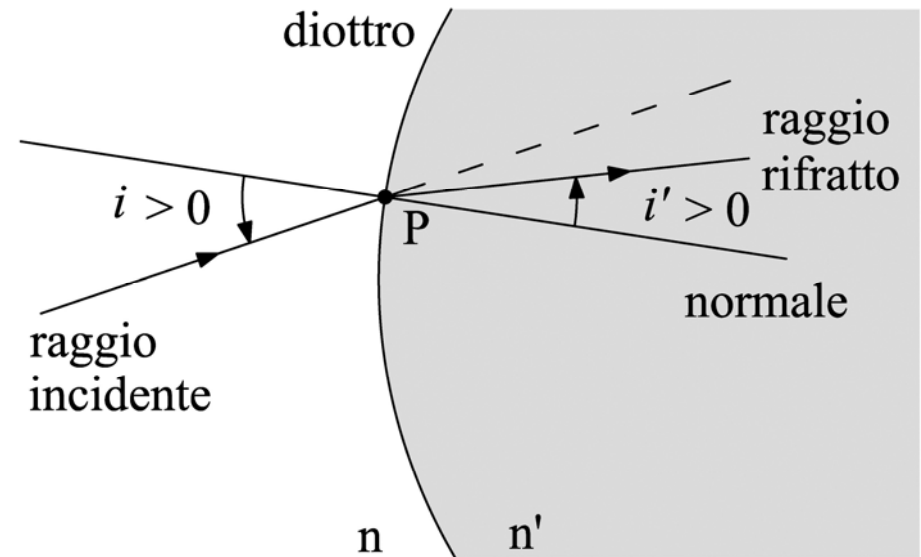
$$n < n'$$

Il raggio incidente passa da un mezzo meno denso ad un mezzo più denso

Dalla legge della rifrazione abbiamo che:

$$\sin i' = \frac{n}{n'} \sin i < \sin i \Rightarrow i' < i$$

Al passare da un mezzo meno denso ad un mezzo più denso il raggio si avvicina alla normale



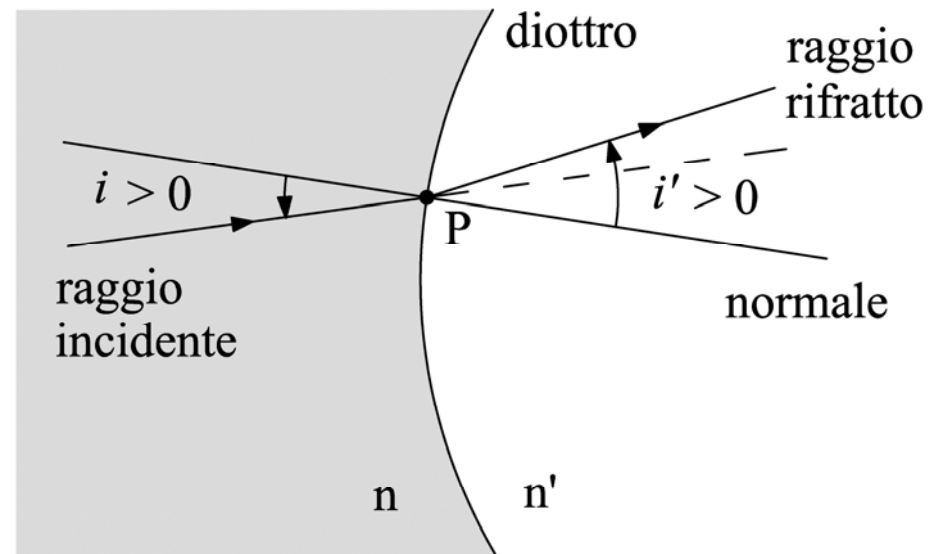


$$n > n'$$

Il raggio incidente passa da un mezzo più denso ad un mezzo meno denso

Dal principio di reversibilità è facile dedurre che:

Al passare da un mezzo più denso ad un mezzo meno denso il raggio si allontana dalla normale



Dalla legge della riflessione e rifrazione è facile verificare che:

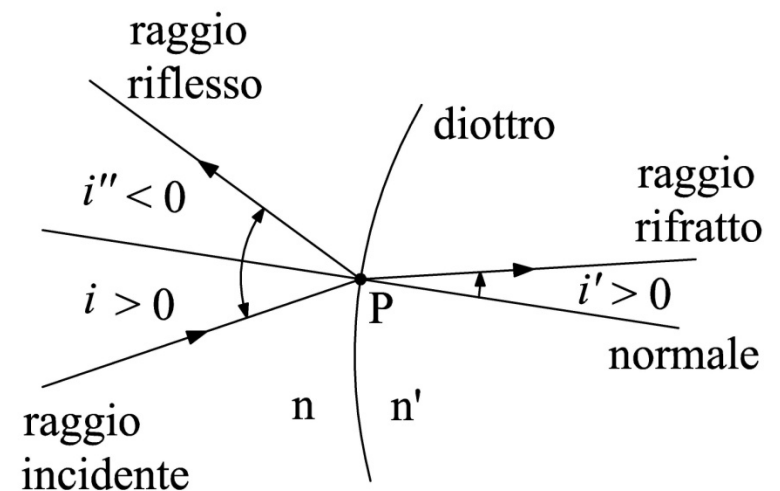
Il raggio riflesso ed il raggio rifratto stanno, rispetto alla normale, dalla parte opposta a quella del raggio incidente.

Infatti:

$$i > 0 \Rightarrow i'' < 0 \text{ ed } i' > 0$$

ed analogamente:

$$i < 0 \Rightarrow i'' > 0 \text{ ed } i' < 0.$$



## Angolo critico

Si definisce **angolo critico**  $\theta_c$  o **angolo limite**, associato ad una coppia di mezzi trasparenti omogenei ed isotropi l'angolo:

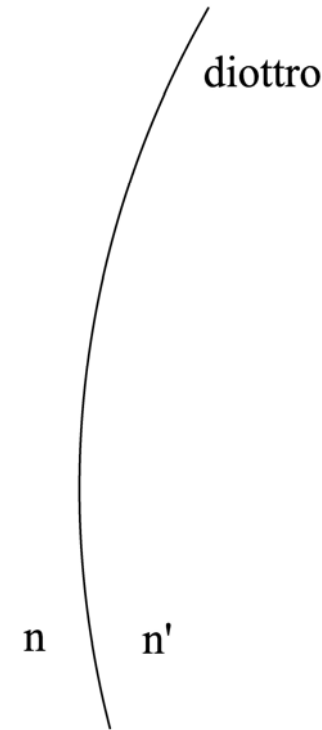
$$\theta_c = \sin^{-1} \left( \frac{n_{\min}}{n_{\max}} \right)$$

dove

$$n_{\min} = \min\{n, n'\}$$

$$n_{\max} = \max\{n, n'\}$$

Dato che  $n$  ed  $n'$  dipendono da  $\lambda$  anche  $\theta_c$  dipende dalla lunghezza d'onda.



Nella seguente tabella è riportato il valore dell'angolo critico  $\theta_c$  per diverse coppie di mezzi ottici alla lunghezza d'onda  $d$ .

$\theta_c (\lambda = d)$									
NSF4 NBK7	NSF4 PMMA	NSF4 Acqua	NSF4 Aria	NBK7 PMMA	NBK7 Acqua	NBK7 Aria	PMMA Acqua	PMMA Aria	Acqua Aria
59°.8	58°.2	49°.4	34°.7	79°.6	61°.5	41°.3	63°.3	42°.1	48°.6

Dalla stessa definizione di angolo critico è facile verificare che:

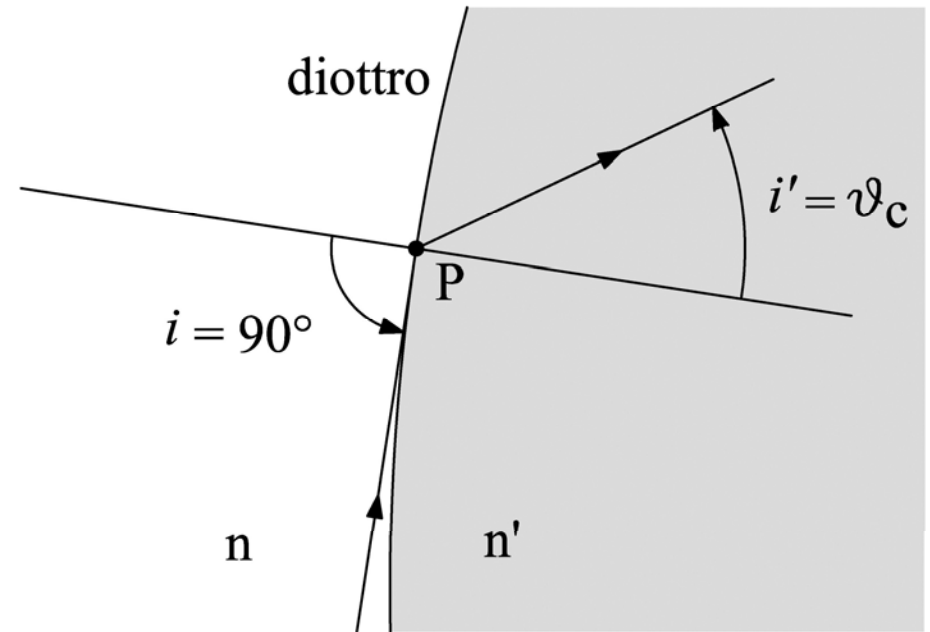
Passando da un mezzo meno denso ad un mezzo più denso, ad un raggio ad incidenza radente  $i = 90^\circ$  ( $i = -90^\circ$ ) corrisponde un raggio rifratto con  $i' = \theta_c$  ( $i' = -\theta_c$ ).

Infatti dalla legge della rifrazione:

$$n' \sin i' = n \sin(90^\circ)$$

discende che:

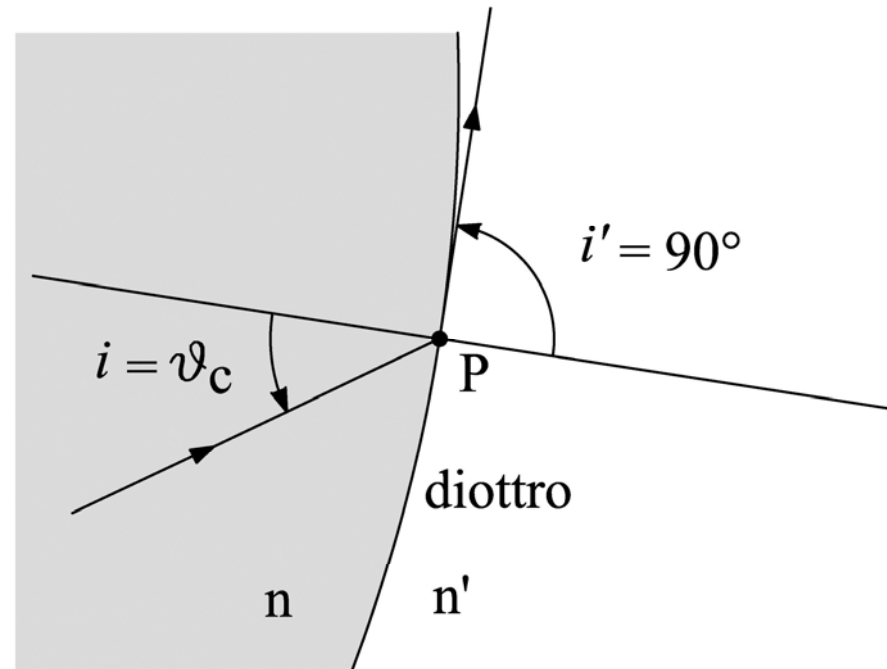
$$i' = \sin^{-1} \left( \frac{n}{n'} \right) = \theta_c .$$



$$n < n'$$

Usando il principio di reversibilità del cammino ottico è facile verificare che:

Passando da un mezzo più denso ad un mezzo meno denso, ad un raggio che incide con  $i = \theta_c$  ( $i = -\theta_c$ ) corrisponde un raggio rifratto con  $i' = 90^\circ$  ( $i' = -90^\circ$ ).



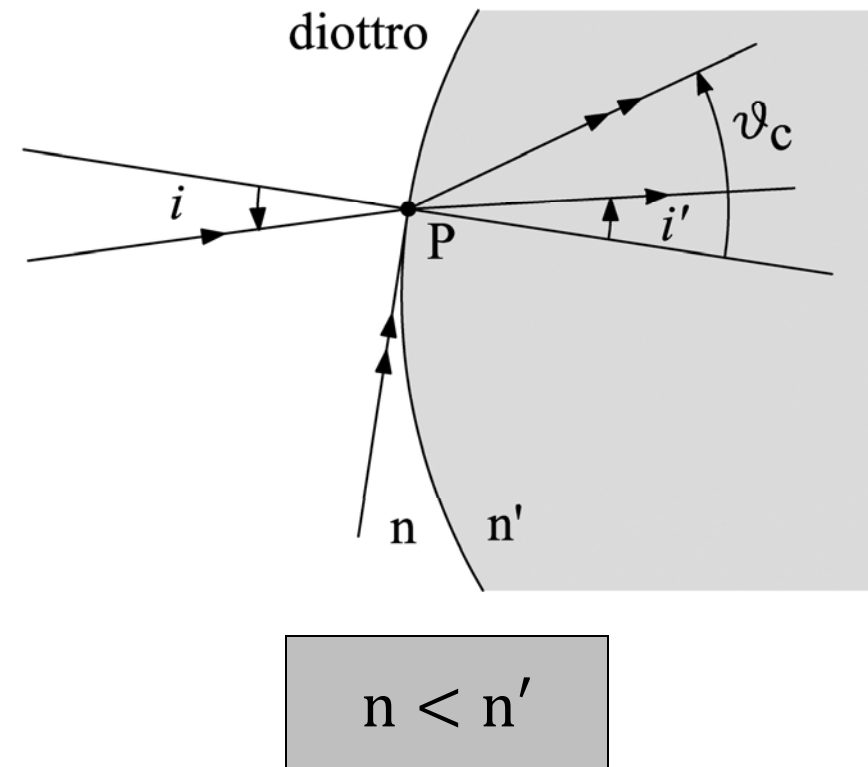
$$n < n'$$

Più in generale, dalla legge della rifrazione, riscritta nella seguente forma:

$$i' = \sin^{-1} \left\{ \frac{n}{n'} \sin i \right\}$$

si ricava facilmente che nel caso in cui un raggio incidente passa da un mezzo meno denso ad un mezzo più denso ad  $|i| \leq 90^\circ$  corrisponde  $|i'| \leq \theta_c$ . Infatti:

$$\begin{aligned} |i'| &= \left| \sin^{-1} \left\{ \frac{n}{n'} \sin i \right\} \right| \\ &\leq \left| \sin^{-1} \left\{ \frac{n}{n'} \right\} \right| = |\theta_c| \end{aligned}$$



Usando il principio di reversibilità si ricava facilmente che nel caso in cui un raggio incidente passa da un mezzo più denso ad un mezzo meno denso a  $|i| \leq \theta_c$  corrisponde  $|i'| \leq 90^\circ$ .

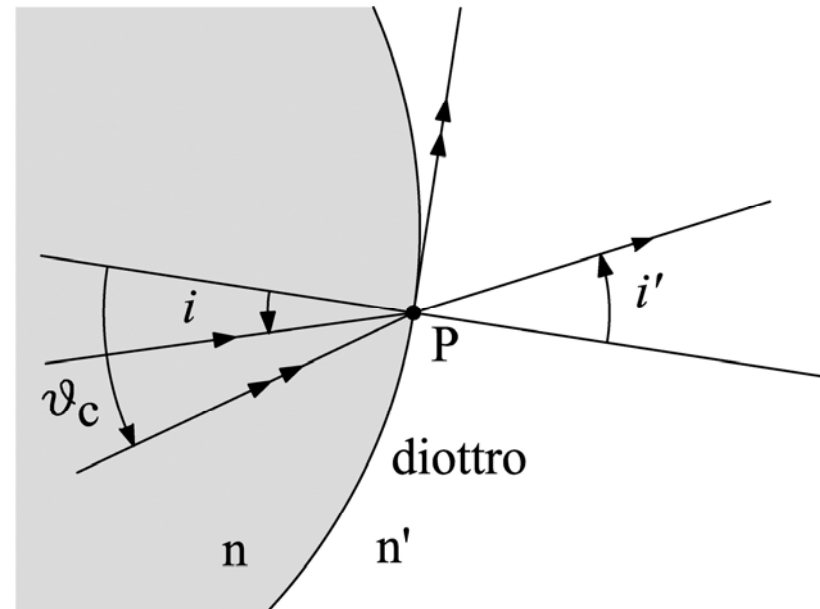
Cosa succede se  $|i| > \theta_c$  ?

In questo caso la formula:

$$i' = \sin^{-1} \left\{ \frac{n}{n'} \sin i \right\}$$

non può essere utilizzata perchè

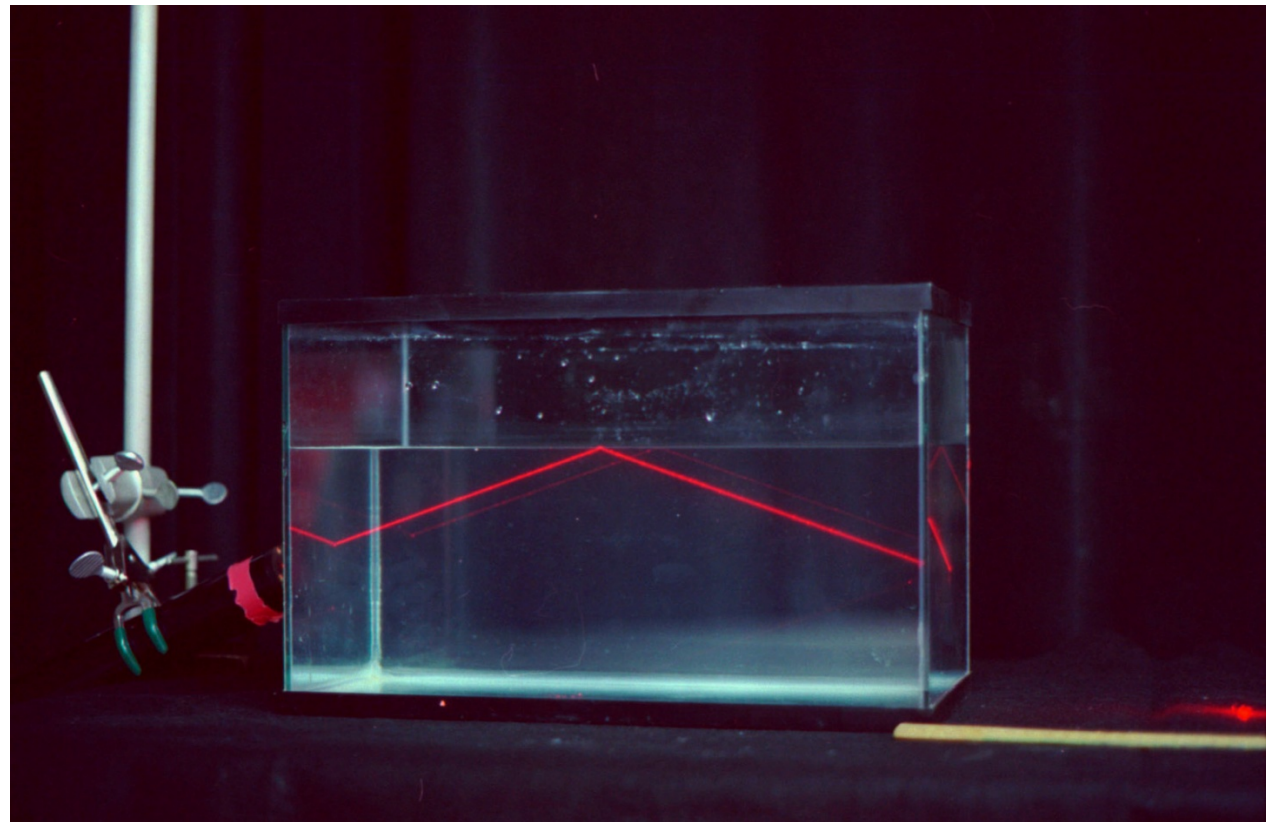
$$\left| \frac{n}{n'} \sin i \right| > 1 .$$



$$n > n'$$



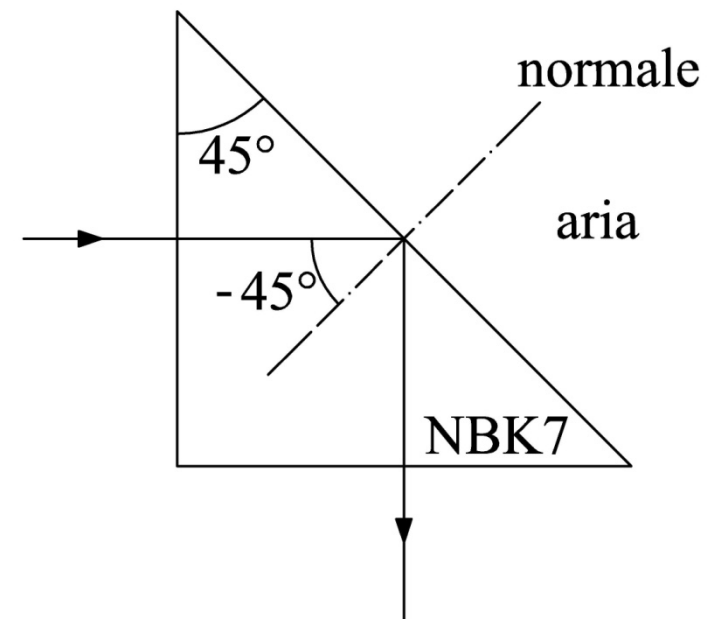
Quando un raggio, propagandosi nel mezzo più denso, incide su un diottro ad un angolo di incidenza maggiore in valore assoluto dell'angolo critico (associato alla coppia di mezzi separati dal diottro) **non** si ha raggio rifratto ed in questo caso la luce viene totalmente riflessa dal diottro (**riflessione totale**)



Un esempio di sistema ottico che sfrutta la riflessione totale è il **prisma retto** posto in aria.

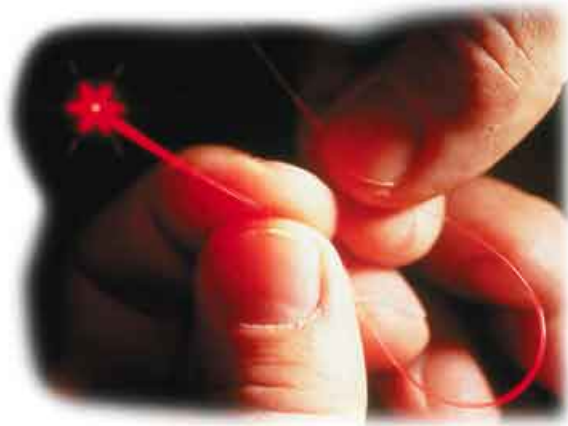
Si ottiene tagliando un cubo di vetro ottico lungo una sua diagonale. Come mostrato in figura esso produce una deviazione di  $90^\circ$  di un raggio incidente, come uno specchio piano posto a  $45^\circ$ . Sulla ipotenusa del prisma il raggio è **riflesso totalmente**, in quanto esso incide con un angolo di incidenza uguale, in valore assoluto, a  $45^\circ$  che è maggiore dell'angolo critico della coppia aria – vetro ottico (ad

esempio per il NBK7 risulta  $\theta_c = 41^\circ.3$ ).

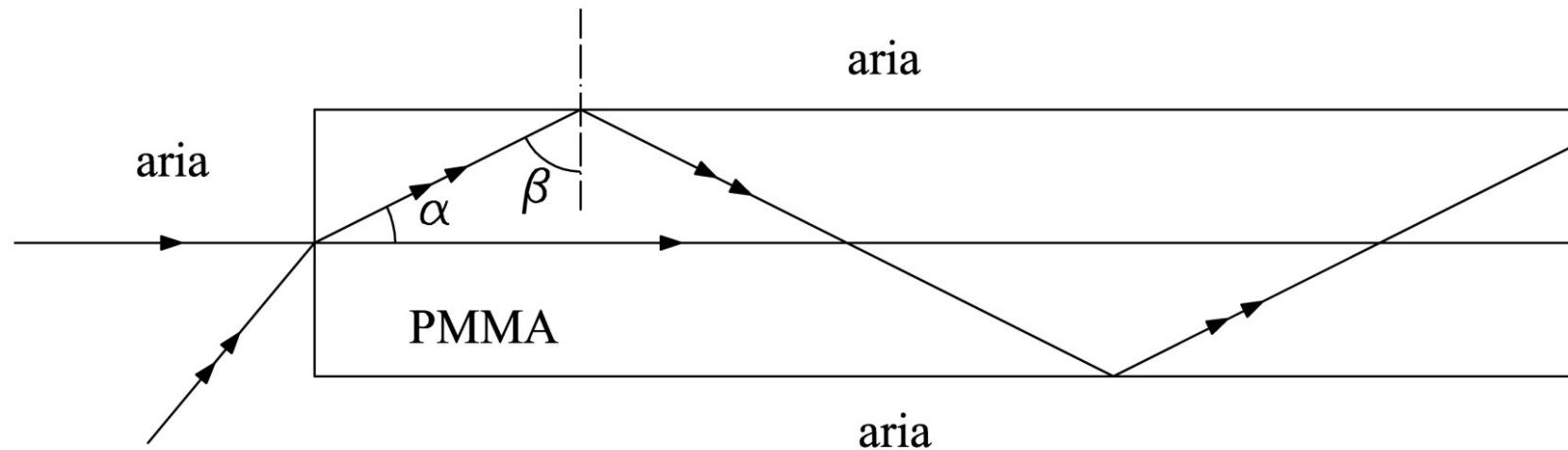


Un altro esempio di sistema ottico, il cui funzionamento è basato sulla riflessione totale, è la **fibra ottica**.

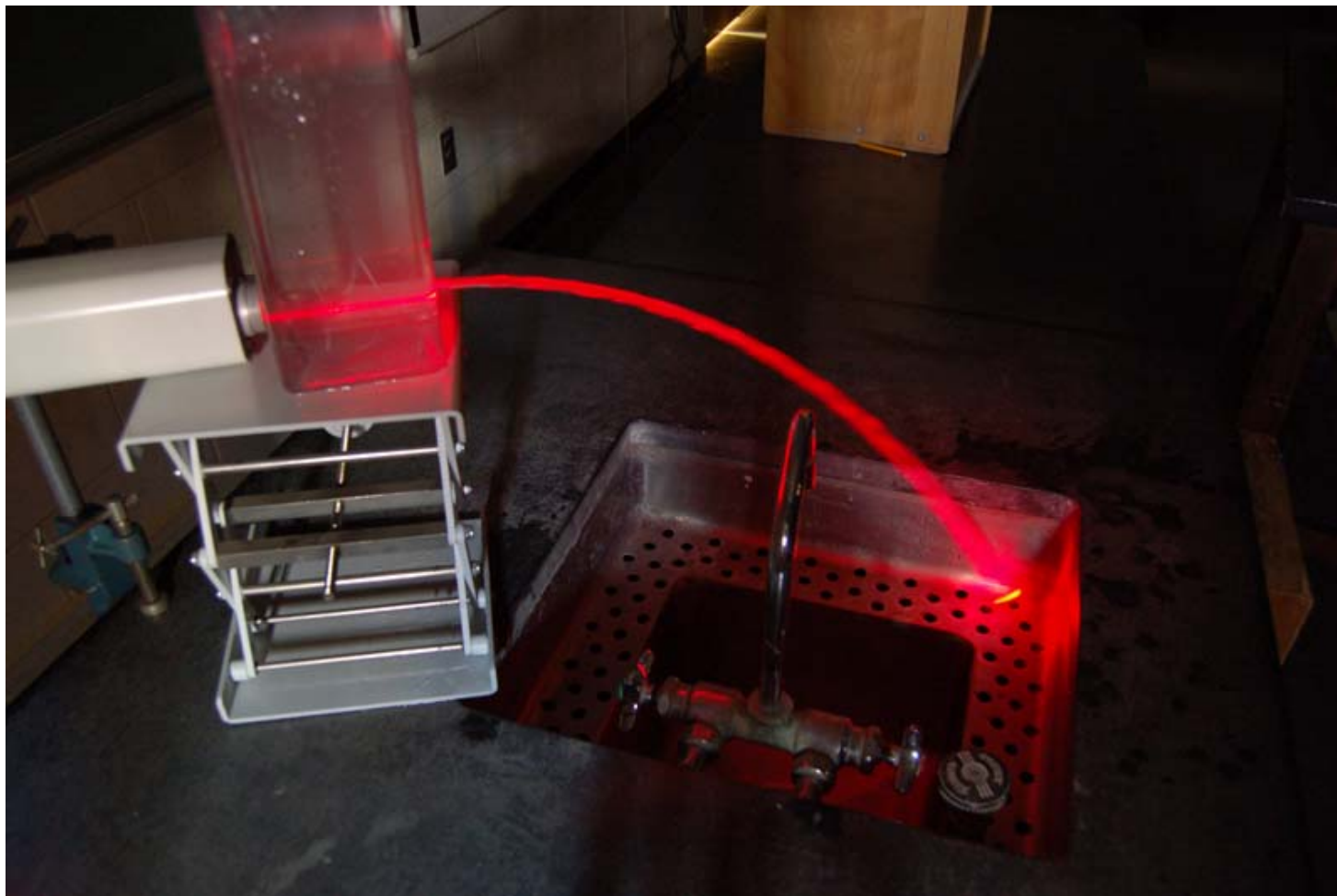
Essa, generalmente, è costituita da un sottile cilindro flessibile di materiale plastico che ha lo scopo di guidare la luce al suo interno.



In figura è mostrato il principio di funzionamento, nel caso in cui la fibra è costituita da un cilindro di PMMA posto in aria.



Per quanto detto precedentemente, l'angolo  $\alpha$  mostrato in figura risulterà  $\alpha \leq \theta_c$ , dove  $\theta_c = 42^\circ.1$  è l'angolo critico della coppia di mezzi aria-PMMA. Da ciò si deduce allora che  $\beta = 90^\circ - \alpha \geq 90^\circ - \theta_c = 47^\circ.9 \geq \theta_c$ , ovvero che un raggio incide sulla superficie laterale della fibra sempre in condizioni di riflessione totale.



Fibra ottica di acqua.

Dalla legge della rifrazione espressa nella forma:

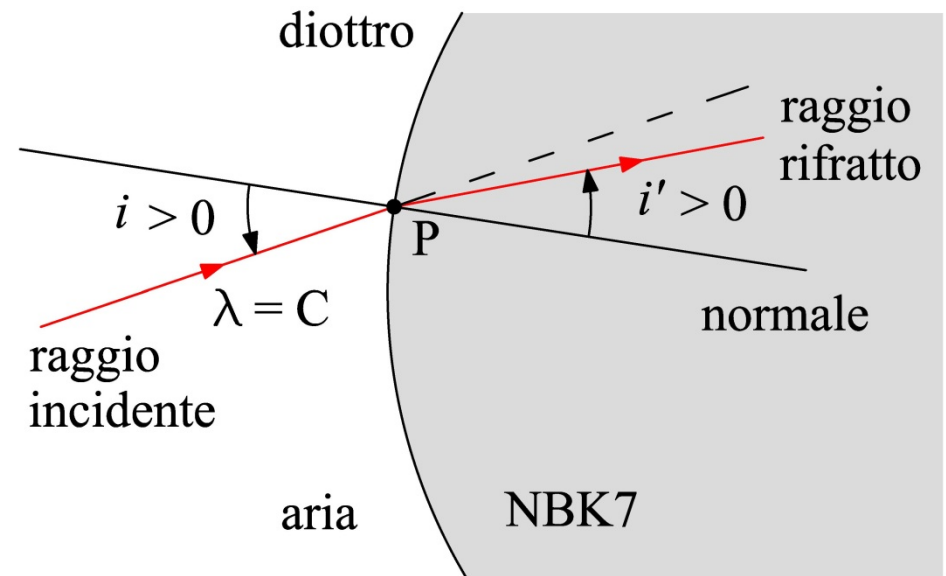
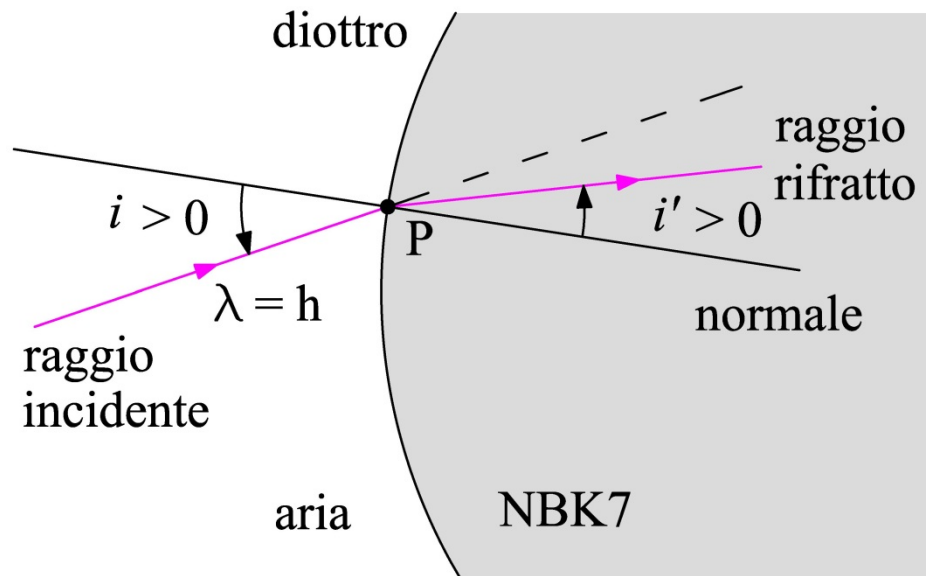
$$i' = \sin^{-1} \left\{ \frac{n}{n'} \sin i \right\}$$

è facile osservare che, a causa della dispersione  $n = n(\lambda)$ ,

fissato l'angolo d'incidenza, la direzione del raggio rifratto cambia al variare della lunghezza d'onda associata al raggio incidente.

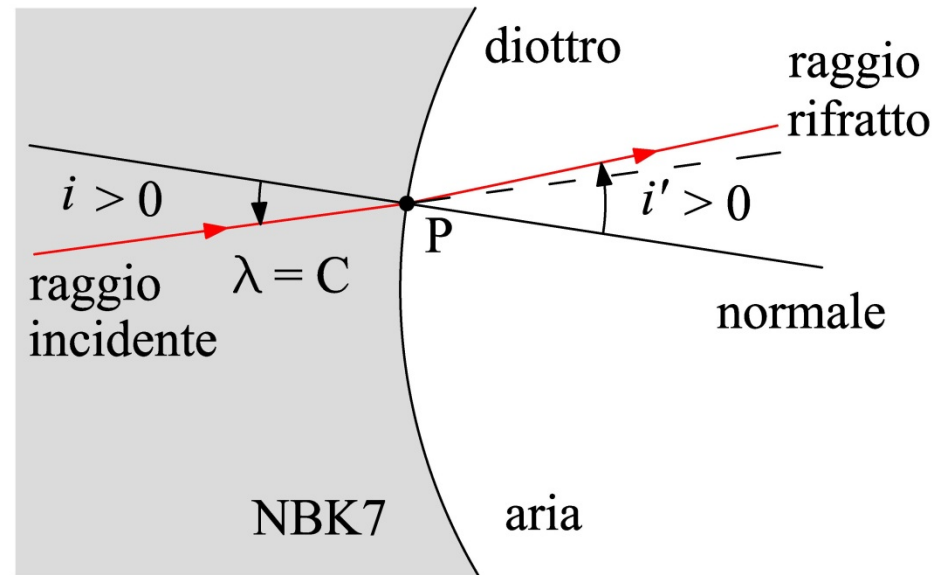
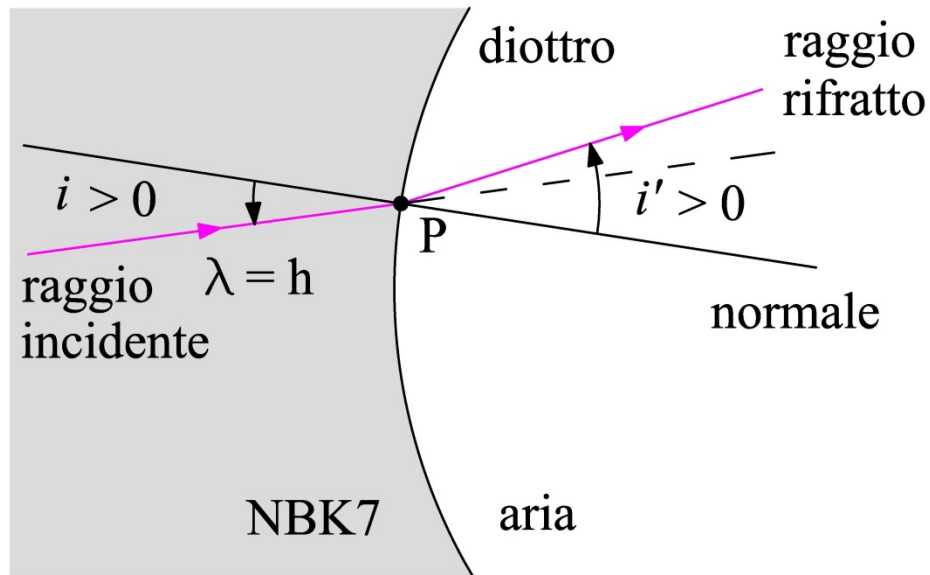
In particolare, ricordandosi che l'indice di rifrazione del vetro e della plastica diminuiscono al passare dal violetto al rosso, si osserva che:

passando dall'aria al vetro (o plastica), un raggio violetto si avvicina di più alla normale che non un raggio rosso.



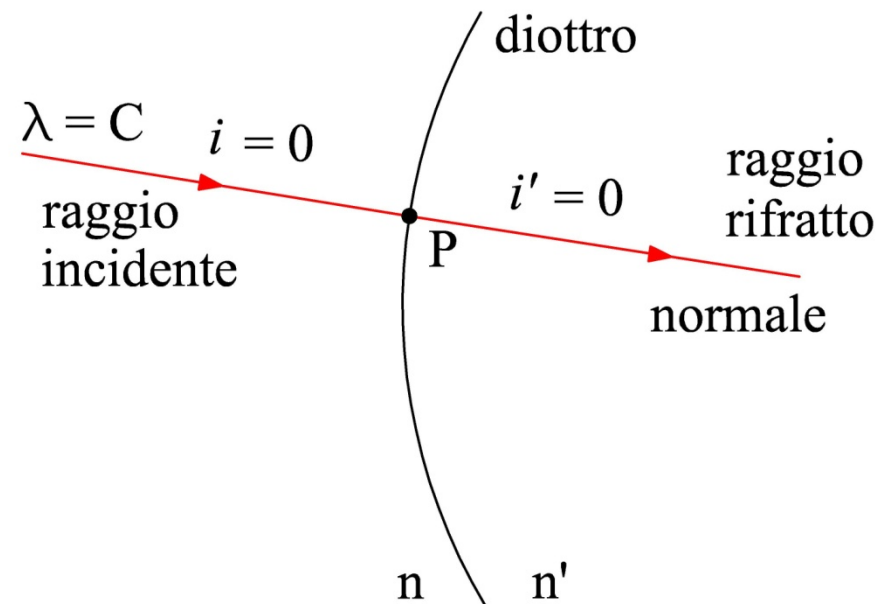
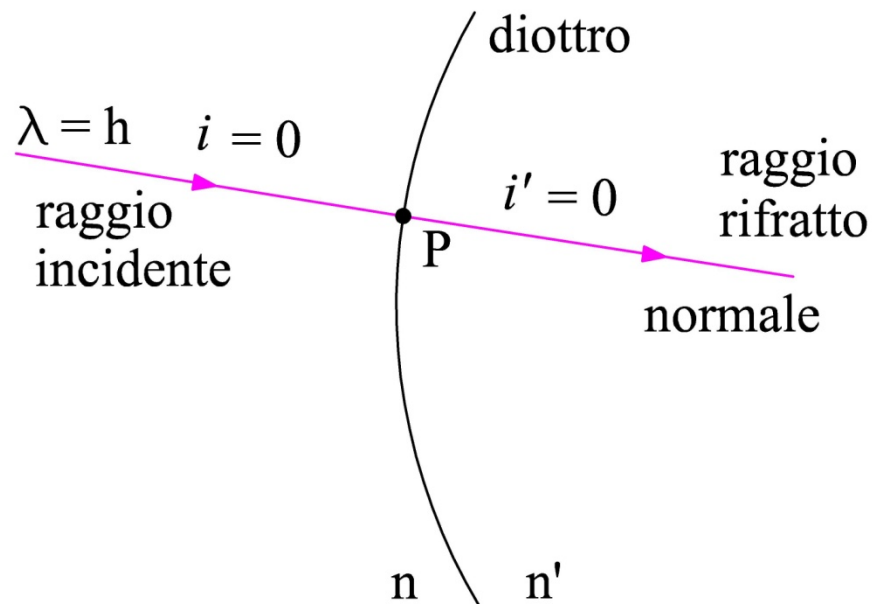
ed analogamente:

passando dal vetro (o plastica) all'aria, un raggio violetto si allontana di più dalla normale che non un raggio rosso.



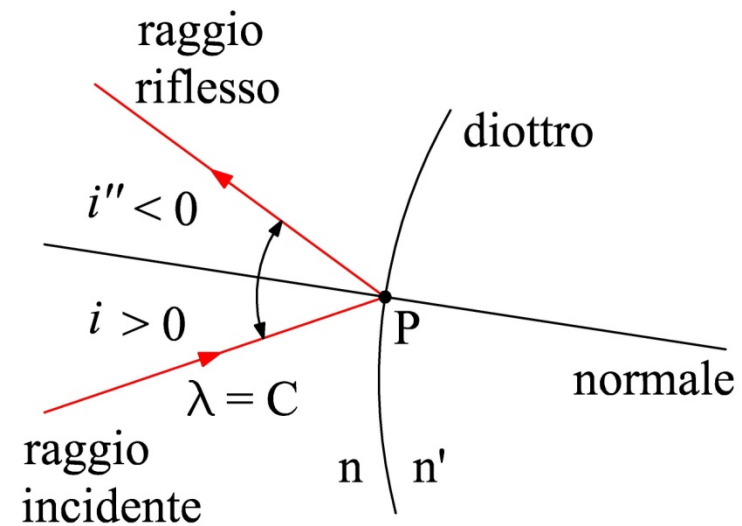
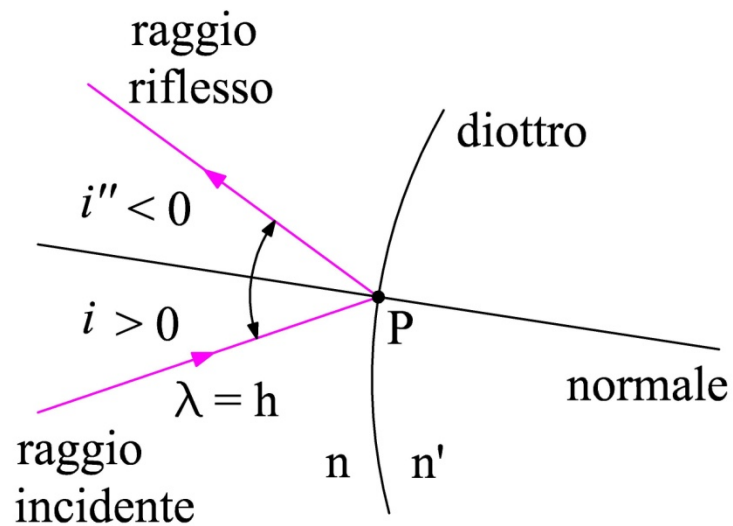


Una **eccezione** a quanto detto sopra si ha ad **incidenza normale**. Infatti quando  $i = 0$ , dalla legge della rifrazione segue che  $i' = 0$  **qualunque sia la coppia di indici di rifrazione e quindi qualunque sia la lunghezza d'onda associata al raggio incidente**.



Dalla legge della riflessione inoltre si può osservare che in essa **non** compaiono gli indici di rifrazione dei due mezzi separati dal diottro, e quindi possiamo affermare che:

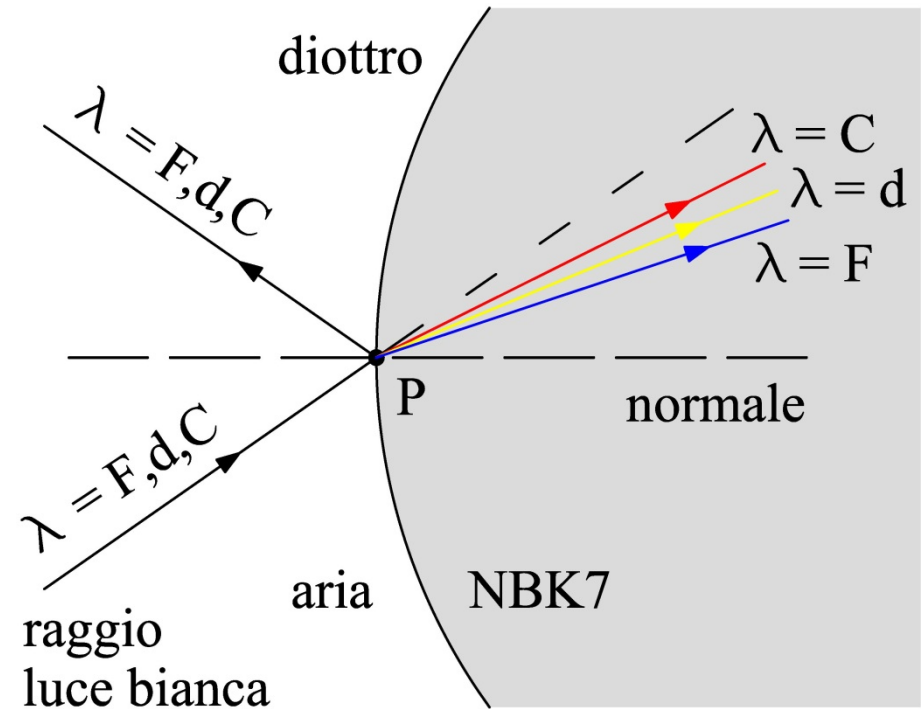
a parità di angolo di incidenza, qualunque sia la lunghezza d'onda associata al raggio incidente, il raggio riflesso ha sempre la stessa direzione.



In figura è mostrata la riflessione e la rifrazione di **un raggio di luce bianca** (a cui sono associate le tre lunghezze d'onda caratteristiche F, d, C) su un diottro aria-NBK7.

Da quanto detto precedentemente avremo che al raggio incidente corrisponderà:

- un raggio riflesso di luce bianca, a cui saranno associate ancora le tre lunghezze d'onda F, d, C
- tre raggi rifratti uno per ciascuna lunghezza d'onda.



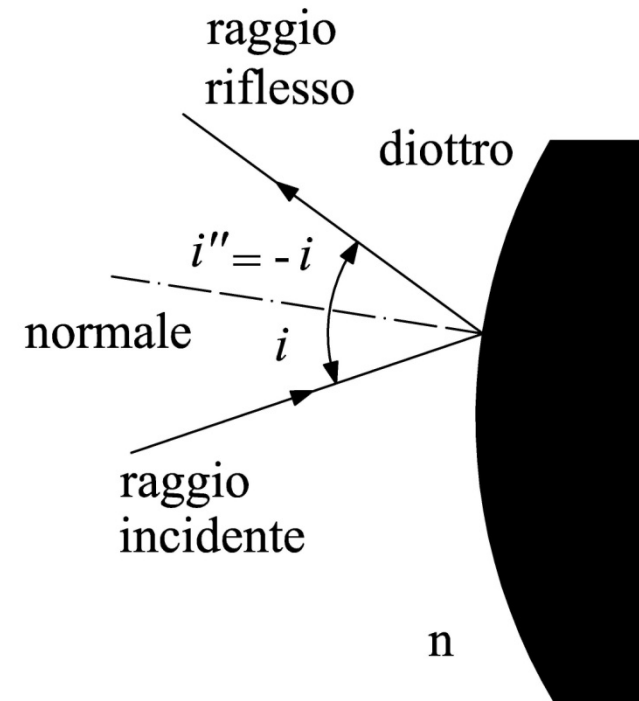
Lo “**sparpagliamento**” del raggio di luce bianca nella rifrazione è essenzialmente dovuto al fatto che  $n$  varia con la lunghezza d’onda  $n = n(\lambda)$ . La dipendenza di  $n$  da  $\lambda$  è stata chiamata appunto **dispersione**, perché produce uno “**sparpagliamento angolare**” dei raggi rifratti.

### **ATTENZIONE**

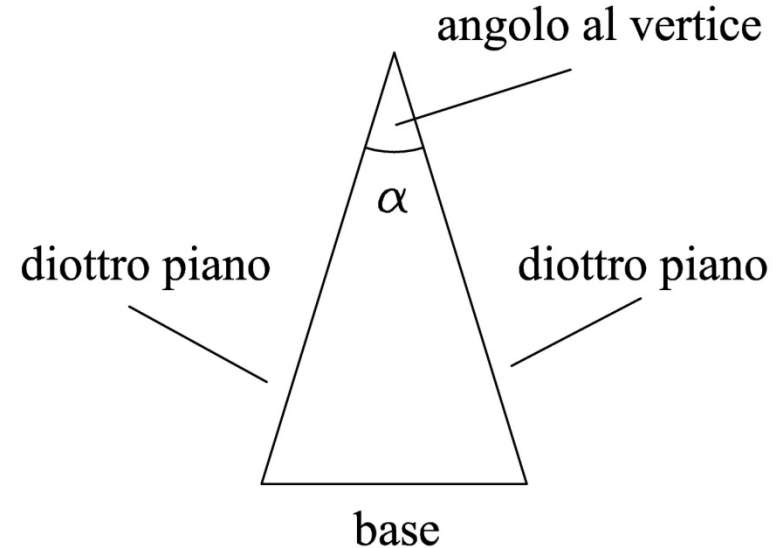
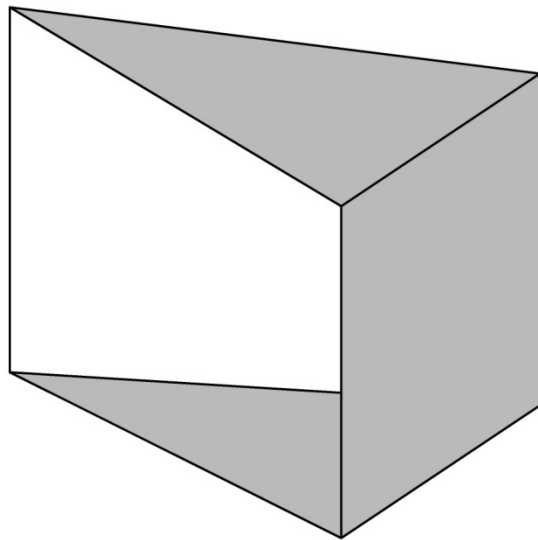
Nel caso di incidenza normale **NON** si ha “sparpagliamento angolare” dei raggi rifratti, ma la dispersione della luce continua ad essere **presente** in quanto la sua velocità varia al variare della lunghezza d’onda considerata.

Finora abbiamo considerato un diottro che separa due mezzi trasparenti omogenei ed isotropi.

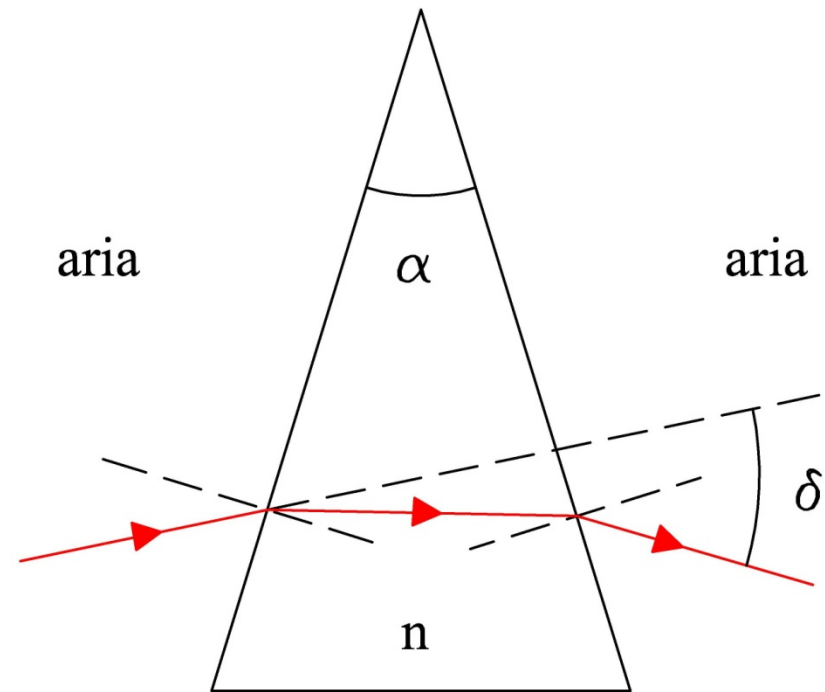
Nel caso di un diottro che separa un mezzo trasparente, omogeneo ed isotropo, da un mezzo **non trasparente**, ad ogni raggio incidente su di esso si associa **solo** un raggio riflesso individuato anche in questo caso dalla legge della riflessione.



In figura è mostrato un **prisma triangolare** di vetro ottico o di plastica posto in aria. Esso è delimitato da cinque facce: tre rettangolari e due triangolari. Due facce rettangolari sono due diottri piani che formano, tra di loro, un angolo  $\alpha$  detto **angolo al vertice** del prisma. La faccia rettangolare opposta all'angolo  $\alpha$  è detta **base** del prisma. In generale la base e le due facce triangolari non sono lucidate otticamente.



Consideriamo un raggio che, propagandosi su un piano  $\tau$  parallelo alle facce triangolari, incide sul primo diottero del prisma. Nella figura  $\tau$  coincide con il piano del disegno. Poiché la normale al primo diottero giace anch'essa su  $\tau$ , per la legge della rifrazione il raggio all'interno del prisma si propaga rimanendo su  $\tau$ . Ragionando poi in modo analogo sul secondo diottero si conclude che **il raggio emerge dal prisma rimanendo sempre sul piano  $\tau$** . Inoltre poiché il raggio incidente entrando nel prisma subisce, a causa della rifrazione, un avvicinamento alla



normale ed emergendo un ulteriore allontanamento, il raggio attraversando il prisma viene deviato **verso**

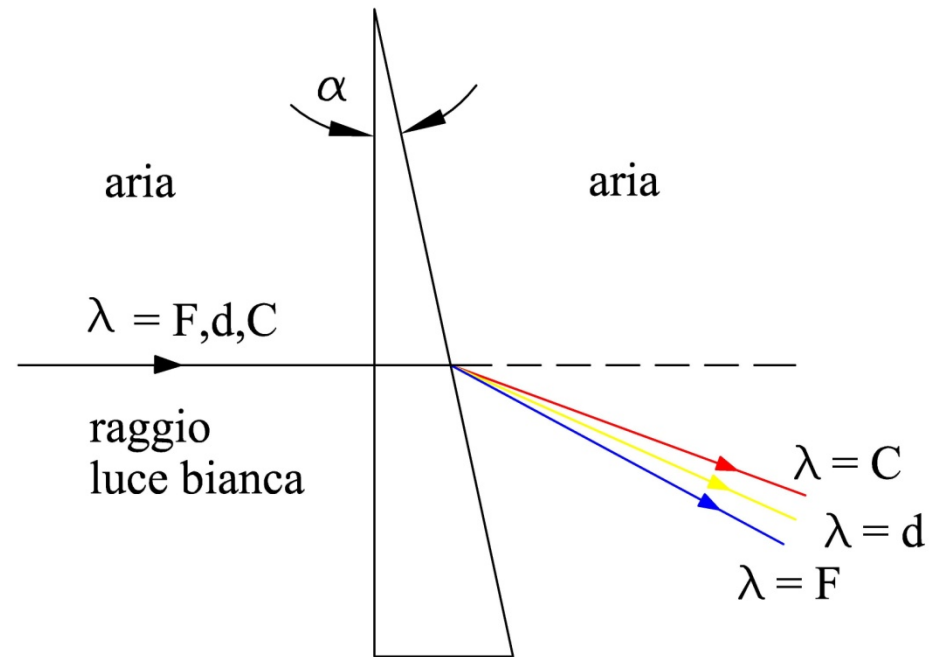
la base di quest'ultimo. L'**angolo di deviazione**  $\delta$ , cioè l'angolo di cui viene deviato il raggio incidente attraversando il prisma, dipenderà in generale dall'angolo con cui il raggio incide sul primo diotro, dall'angolo al vertice del prisma, dall'indice di rifrazione del materiale ottico di cui è costituito il prisma e a causa della dispersione dalla lunghezza d'onda associata al raggio incidente. Nel caso particolare di un **prisma sottile** ( $\alpha \ll 1$  rad) e per piccoli angoli d'incidenza ( $\ll 1$  rad) l'espressione per l'angolo di deviazione si semplifica notevolmente:

$$|\delta(\lambda)| = [n(\lambda) - 1] \alpha$$

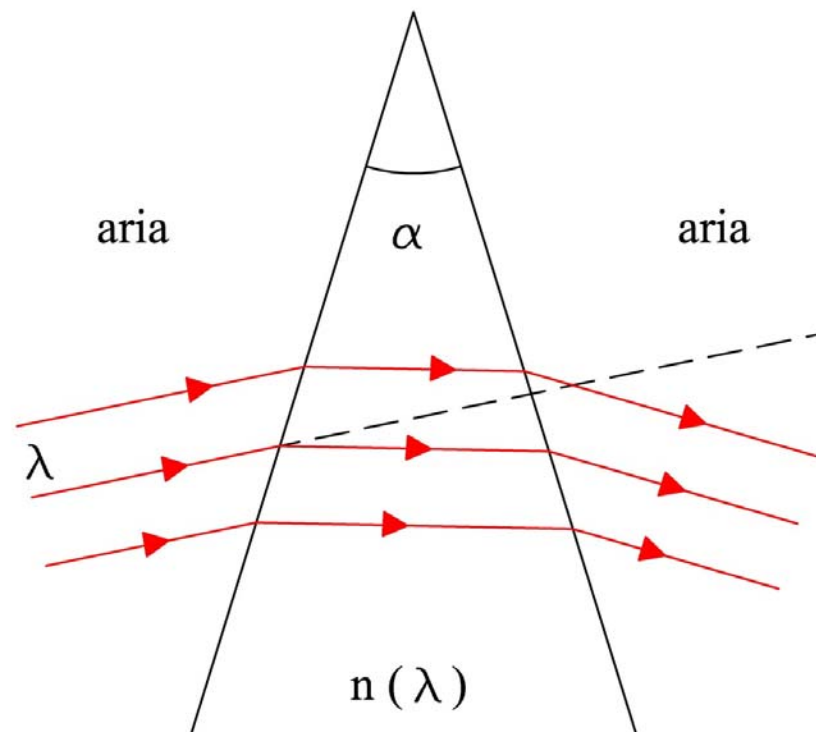
dove  $\lambda$  è la lunghezza d'onda associata al raggio incidente. Da questa relazione si evidenzia che per un prisma sottile l'angolo di deviazione non dipende dall'angolo di incidenza del raggio incidente. Inoltre, poiché



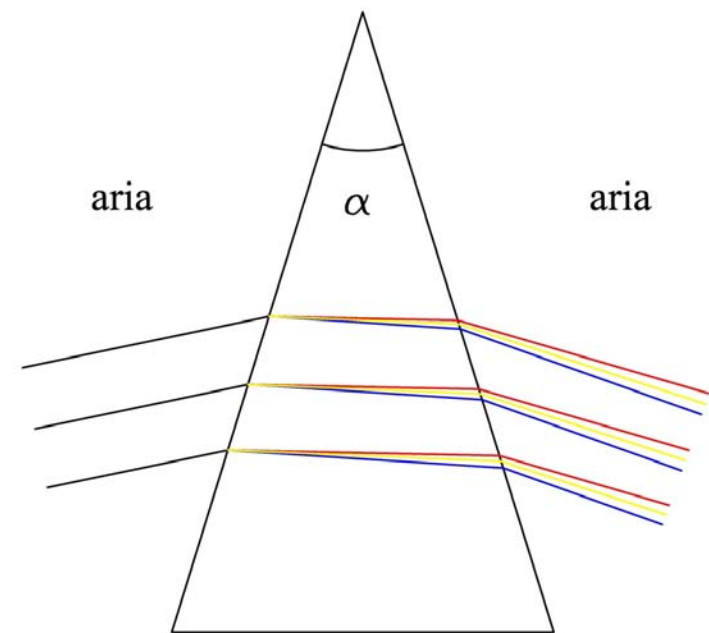
l'indice di rifrazione diminuisce all'aumentare della lunghezza d'onda un raggio “**viola**” sarà maggiormente deviato rispetto ad un raggio “**rosso**”. Quando un raggio di luce bianca, a cui sono associate ad esempio le tre lunghezze d'onda caratteristiche F, d, C, incide su un prisma da questo ultimo emergeranno tre diversi raggi uno per ciascuna lunghezza d'onda.



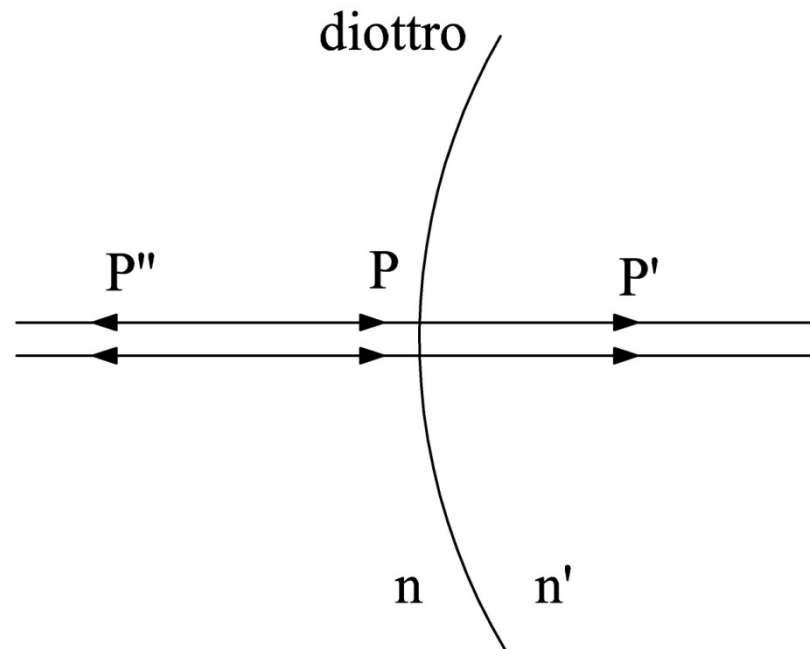
In Ottica un singolo prisma viene utilizzato o per deviare un fascio monocromatico di raggi paralleli



o per scomporre angularmente un fascio non monocromatico di raggi paralleli nei fasci monocromatici costituenti.



Consideriamo un fascio sottile (di sezione infinitesima) di raggi paralleli che incide normalmente su un diottro che separa due mezzi trasparenti omogenei ed isotropi. Indichiamo con  $P$  la potenza associata al fascio sottile incidente, cioè la quantità di energia che nell'unità di tempo fluisce attraverso una sua generica sezione normale.



Mentre la legge della riflessione e della rifrazione associa al fascio sottile incidente un fascio sottile riflesso ed un fascio sottile rifratto che si propagano anch'essi lungo la normale del diottro, le **equazioni di Fresnel ad incidenza normale** specificano come la potenza trasportata dal fascio incidente si **distribuisce** tra il fascio riflesso ed il fascio rifratto. Indichiamo con  $P''$  e con  $P'$  la potenza associata rispettivamente al fascio sottile riflesso e rifratto. Per la conservazione dell'energia avremo che:

$$P = P'' + P'$$

È ragionevole inoltre supporre che sia la potenza riflessa, sia la potenza rifratta siano **proporzionali** alla potenza incidente e quindi possiamo scrivere:

$$P'' = R P \quad P' = T P$$

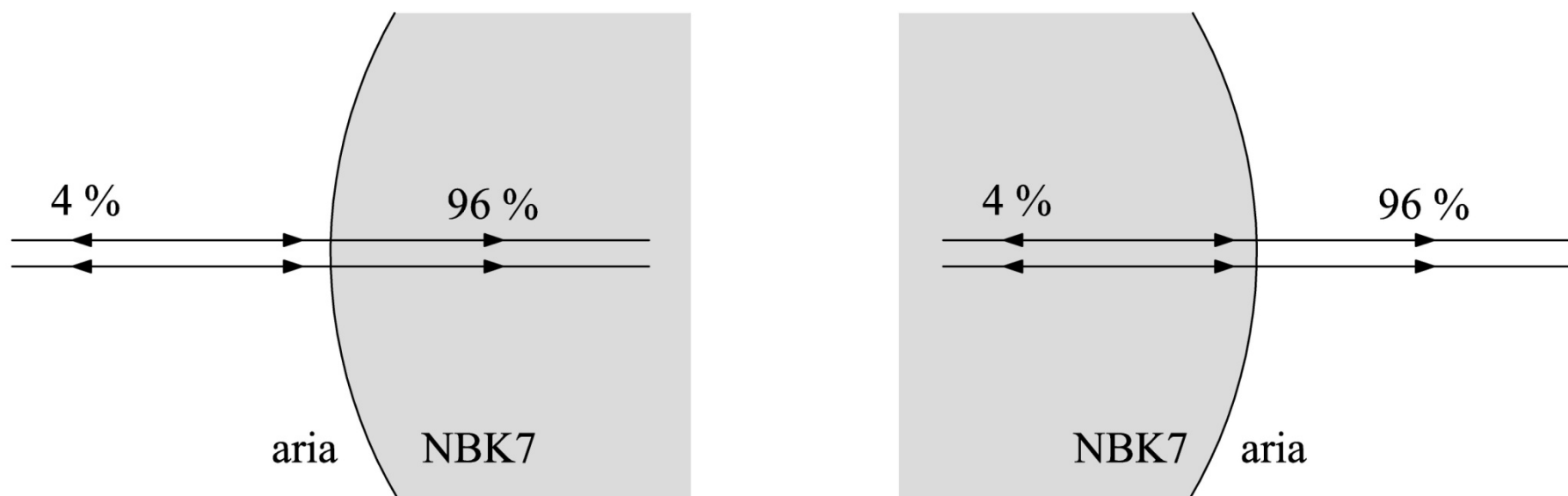
dove le costanti di proporzionalità sono dette rispettivamente **riflettanza** e **trasmittanza** della coppia di mezzi trasparenti omogenei ed isotropi separati dal diottro. Esse sono fornite dalle **equazioni di Fresnel ad incidenza normale**:

$$R = \frac{(n' - n)^2}{(n' + n)^2} \quad T = 1 - R$$

dove  $n$  ed  $n'$  sono gli indici di rifrazione dei due mezzi ottici considerati. Osservando l'espressione di  $R$  è facile concludere che la riflettanza non cambia se il fascio incide sul diottro propagandosi nel mezzo di indice  $n'$  anziché  $n$  come supposto. In altri termini la riflettanza, e di conseguenza la trasmittanza, ad incidenza normale sono una proprietà della coppia di mezzi trasparenti omogenei ed isotropi costituenti il diottro. Inoltre a causa della dispersione  $R$  e  $T$  variano al variare della lunghezza d'onda associata al fascio sottile incidente.

Nella seguente tabella è riportata la riflettanza in aria per diversi mezzi ottici.

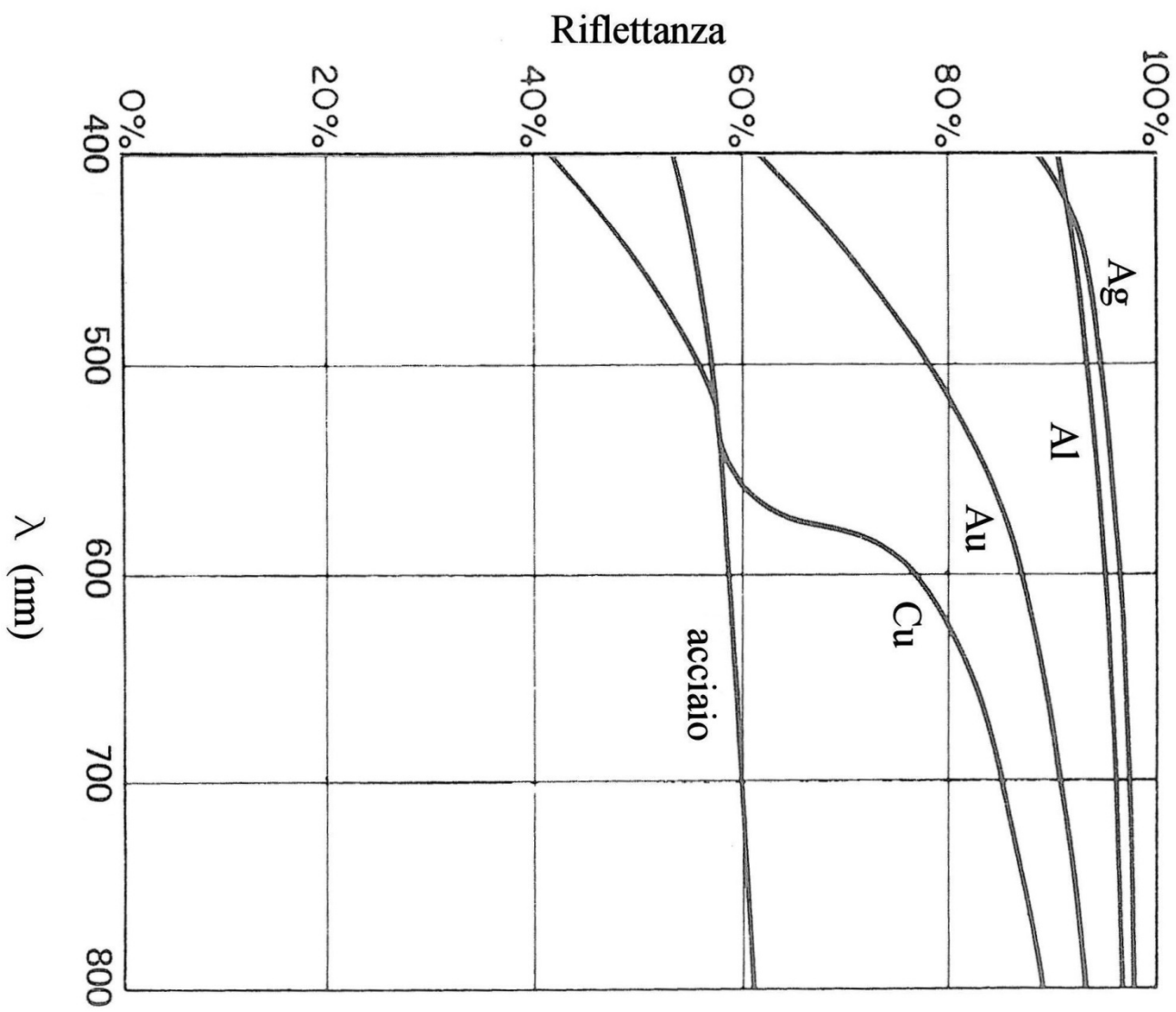
Riflettanza in aria (%)				
$\lambda$	NSF4	NBK7	PMMA	Acqua
F	7.8	4.28	3.97	2.08
d	7.5	4.21	3.89	2.03
C	7.4	4.18	3.86	2.01



Dalla precedente tabella si osserva che al passare dal NSF4 all'acqua la riflettanza diminuisce e che i mezzi ottici considerati riflettono leggermente di più la luce blu che la luce rossa.

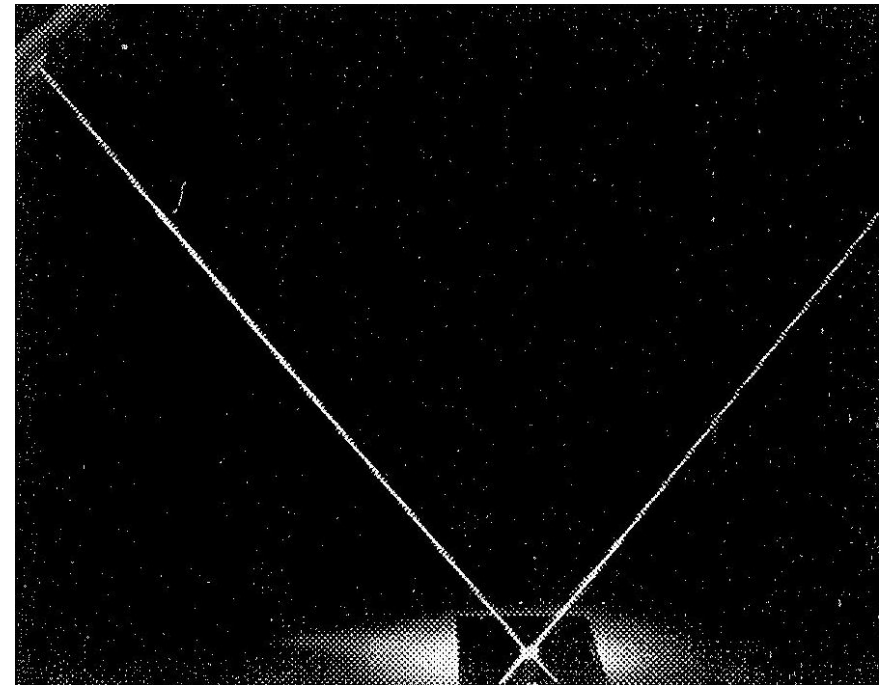
Nel caso di un diottro aria – metallo il bilancio energetico è completamente diverso. Nella figura che segue è mostrato come varia la riflettanza ad incidenza normale in aria per diversi metalli al variare della lunghezza d'onda. In particolare si osserva come la riflettanza dell'alluminio sia circa del 90 % ed aumenta lentamente passando dal violetto al rosso.





Fin qui abbiamo studiato cosa succede alla luce quando incide su un diottro, cioè su una superficie di separazione tra due mezzi aventi proprietà ottiche diverse, che è lucidata otticamente.

In figura è mostrata la riflessione di un fascio sottile di luce prodotta da un diottro.



Quando la rugosità dell'interfaccia non è più trascurabile rispetto alla lunghezza d'onda si osserva, come è mostrato in figura, che la potenza associata al fascio riflesso diminuisce, in quanto una porzione della potenza incidente viene **diffusa** in tutte le direzioni (**luce diffusa** o **scattering**).



Infine un ulteriore aumento della rugosità dell'interfaccia, come è mostrato in figura, produce la scomparsa del fascio riflesso: tutta la potenza del fascio sottile incidente viene diffusa.

Ovviamente quanto detto per il fascio riflesso vale anche per il fascio rifratto se presente. Infine, in termini di luce diffusa, possiamo dire che la **rugosità di una interfaccia è sufficientemente piccola rispetto alla lunghezza**

**d'onda se la componente di luce diffusa è trascurabile, per i nostri scopi, rispetto alla componente riflessa e/o rifratta.**

